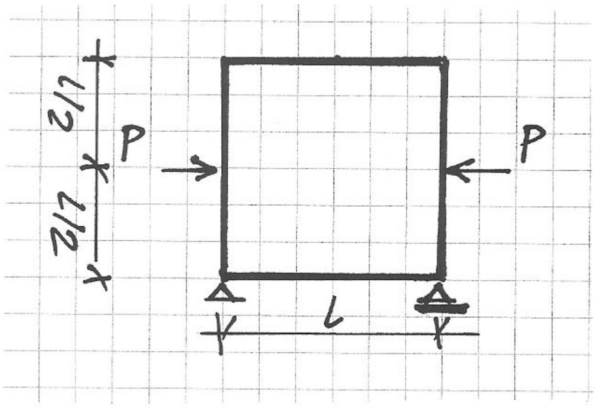
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 11 lutego 2015 r.

NAZWISKO i Imię:				
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egz. pis.	Ocena Ostateczna
				Ocena łączna Data

Zadanie 1

Dana jest rama z prętów nieściśliwych; EJ=const. Obciążenie jak na Rys. . Sporządzić wykres M metodą sił.

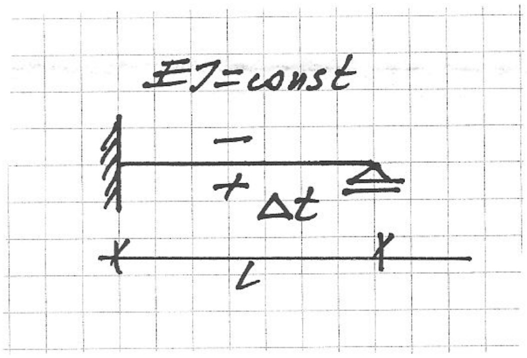
For the given frame of inextensible bars construct the diagram of the bending moments by the force method.



Zadanie 2

Znajdź funkcję opisującą ugięcie belki obciążonej termicznie jak na Rys..

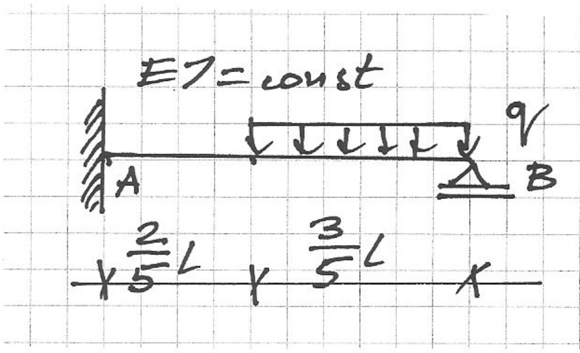
Find the deflection function of the beam subjected to the given temperature load.



Zadanie 3

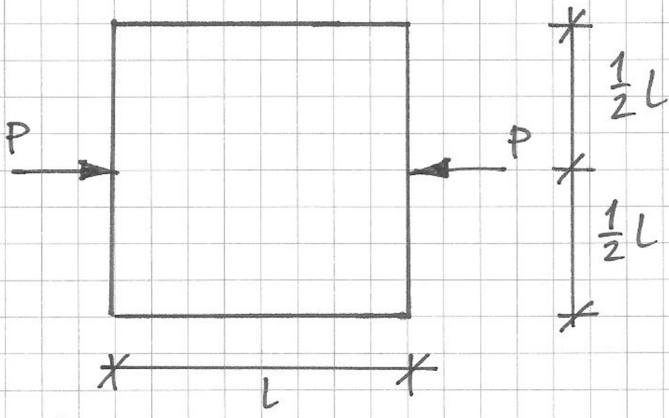
Oblicz moment w utwierdzeniu korzystając z twierdzenia Bettiego o wzajemności prac.

Compute the bending moment at the clamped edge by using Betti's theorem of reciprocal works.

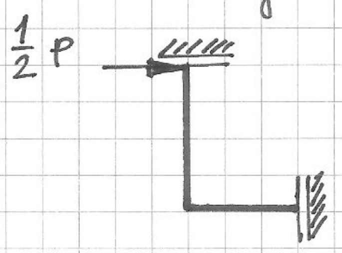


Egzamin z MK1, 11 II 2015, zadanie 1

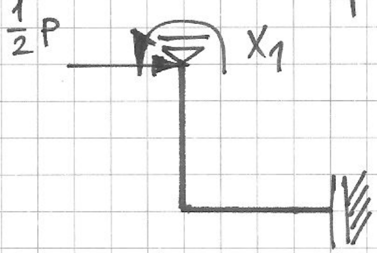
Łatwo wykazać, że reakcje podpór są równe "0". Wystarczy w tym celu skorzystać z warunków równowagi całej ramy. W związku z tym zadanie przybiera postać:



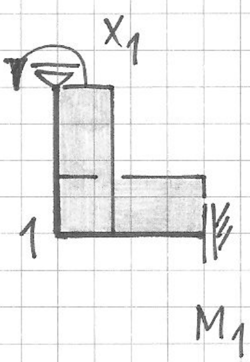
Schemat zredukowany:



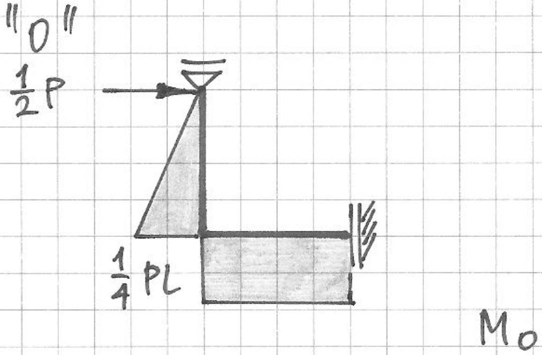
Schemat zastępczy:



$X_1 = 1$



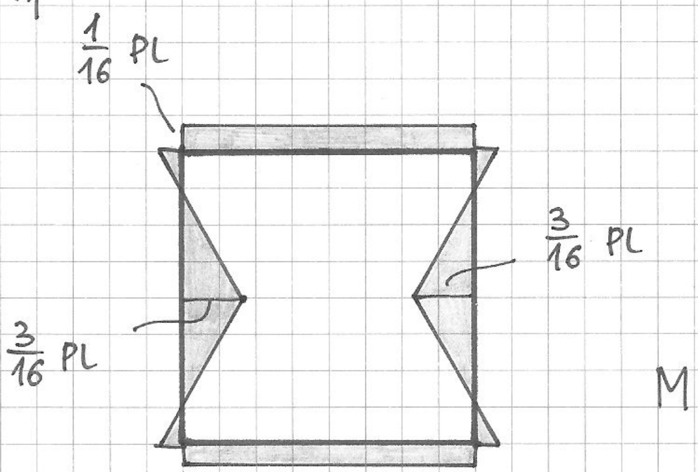
"0"



$$\delta_{11} = \frac{L}{EJ}$$

$$\delta_{10} = -\frac{3}{16}\frac{PL^2}{EJ}$$

$$X_1 = \frac{3}{16}PL$$



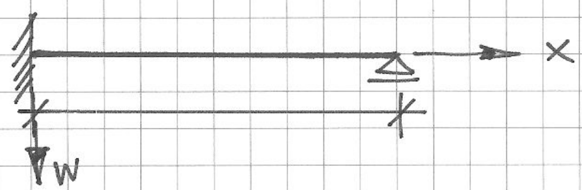
Egzamin z MK1, 11 II 2015, zadanie 2

Wzór określający krzywiznę belki: $\varkappa(x) = \dfrac{M(x)}{EJ} + \varkappa_T(x)$

$$\varkappa(x) = -w''(x)$$

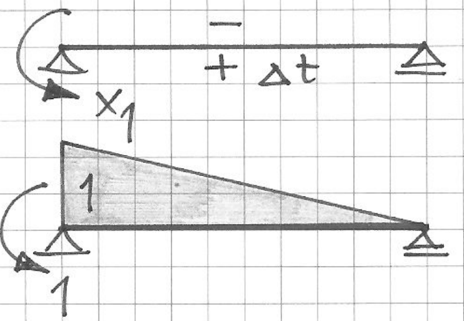
$$\varkappa_T(x) = \frac{\alpha_t \Delta t}{h}$$

$$x \in [0, l]$$



Mamy zatem: $w''(x) = -\dfrac{M(x)}{EJ} - \dfrac{\alpha_t \Delta t}{h}$, $x \in [0, l]$

Wyznaczamy $M(x)$ Metodą SiT:



$$\delta_{11} = \frac{l}{3EJ}$$

$$\delta_{10} = -\frac{\alpha_t \Delta t\, l}{2h}$$

$$X_1 = \frac{3}{2}\,\frac{EJ\alpha_t \Delta t}{h}$$

$$M(x) = M_1(x) \cdot X_1$$

$$= -\left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot \frac{3}{2}\,\frac{EJ\alpha_t \Delta t}{h}$$

Krzywizna belki jest określona wzorem:

$$w''(x) = \frac{3}{2}\,\frac{\alpha_t \Delta t}{h}\left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{\alpha_t \Delta t}{h} = \frac{1}{2}\,\frac{\alpha_t \Delta t}{h}\left(1 - 3\frac{x}{l}\right)$$

Funkcja ugięcia ma postać:

$$w(x) = -\frac{1}{4}\,\frac{\gamma}{l}\,x^3 + \frac{1}{4}\gamma x^2 + C_1 x + C_0, \quad \gamma = \frac{\alpha_t \Delta t}{h}$$

Warunki brzegowe:

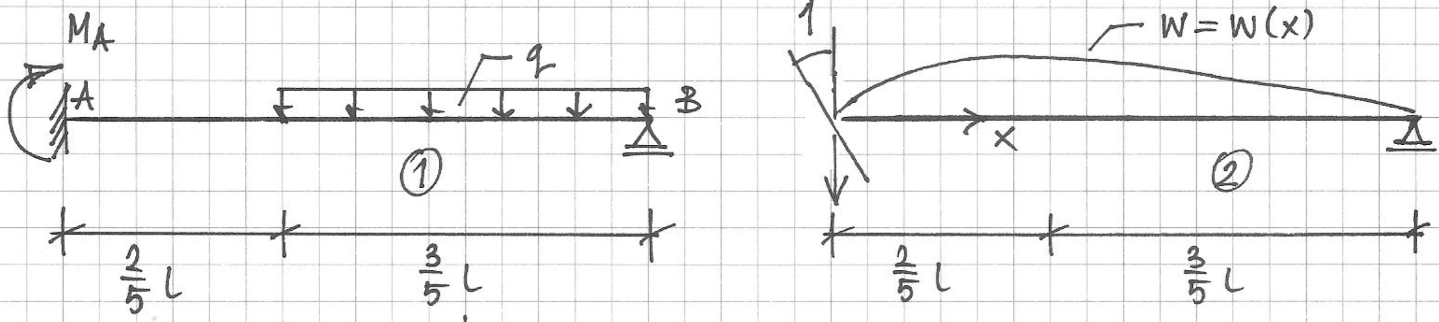
$$w(0) = 0 \longrightarrow C_0 = 0$$

$$w'(0) = 0 \longrightarrow C_1 = 0$$

$$w(x) = \frac{1}{4}\gamma l^2 \left[\left(\frac{x}{l}\right)^2 - \left(\frac{x}{l}\right)^3\right]$$

Egzamin 11 II 2015, zadanie 3

Korzystamy z tw. Bettiego:



$$-M_A \cdot 1 + \int_{\frac{2}{5}l}^{l} q(x)\, w(x)\, dx = 0$$

$$M_A = q \int_{\frac{2}{5}l}^{l} w(x)\, dx$$

Wyznaczamy $w = w(x)$:

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

warunki brzegowe:

1) $w(0) = 0$
2) $\varphi(0) = -1 \longrightarrow w'(0) = -1$
3) $w(l) = 0$
4) $M(l) = 0 \longrightarrow -EJ\, w''(l) = 0$

$\longrightarrow$

$C_0 = 0$
$C_1 = -1$
$C_1 l + C_2 l^2 + C_3 l^3 = 0$
$2C_2 + 6C_3 l = 0$

ostatecznie:

$$w(x) = l\left(-\frac{x}{l} + \frac{3}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right)$$

$$M_A = q l^2 \int_{\frac{2}{5}l}^{l} \left(-\frac{x}{l} + \frac{3}{2}\frac{x^2}{l^2} - \frac{1}{2}\frac{x^3}{l^3}\right) dx = -0{,}0738\, q l^2$$