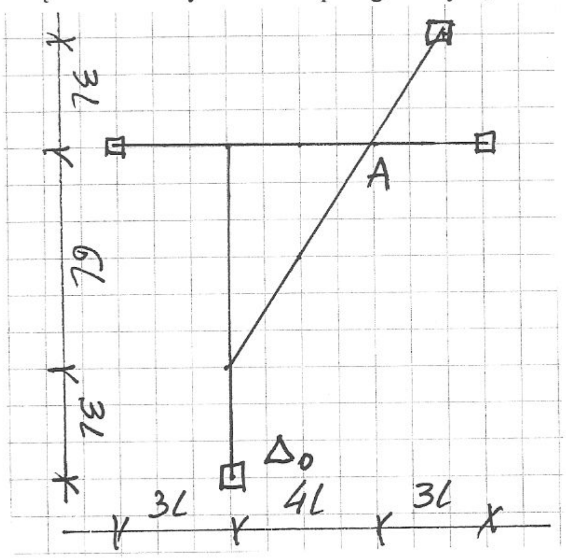
Egzamin pisemny z Mechaniki Konstrukcji I, 29 XI 2014 roku.

Imię i NAZWISKO			
Prowadzący ćwiczenia			
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	Ocena egz. pis.
			Ocena końcowa Ocena łączna

Zadanie 1

Znaleźć rozkład momentów zginających oraz ugięcie węzła A w danym ruszcie przegubowym; EJ=const.

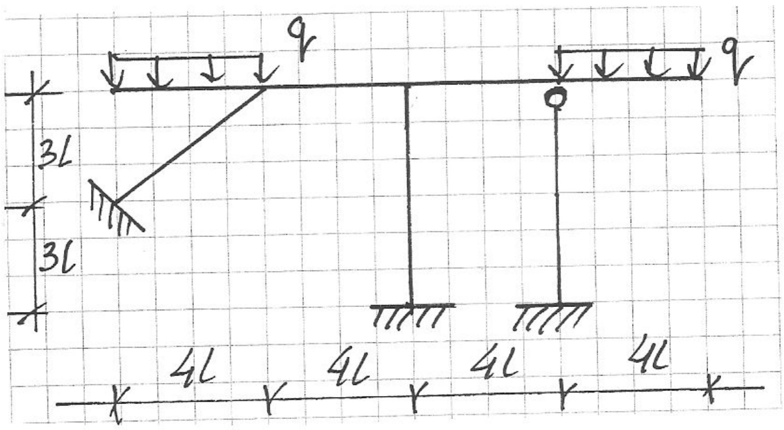
(*Find the diagram of the bending moments and the deflection of the node A in a given system of beams; EJ=const.*)



Zadanie 2

Znaleźć układ równań metody przemieszczeń. Przyjąć, że pręty są niewydłużalne; oraz EJ=const.

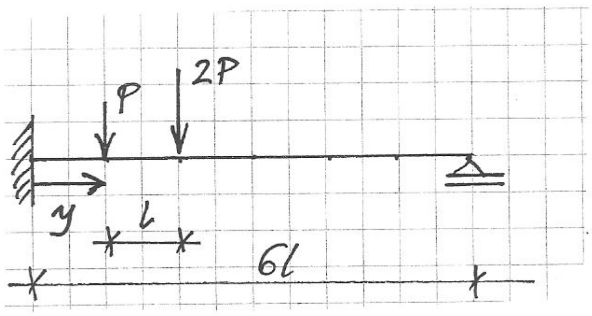
(*Write down the system of equations of the displacement method). Assume that EA is infinite and EJ =const.*)



Zadanie 3

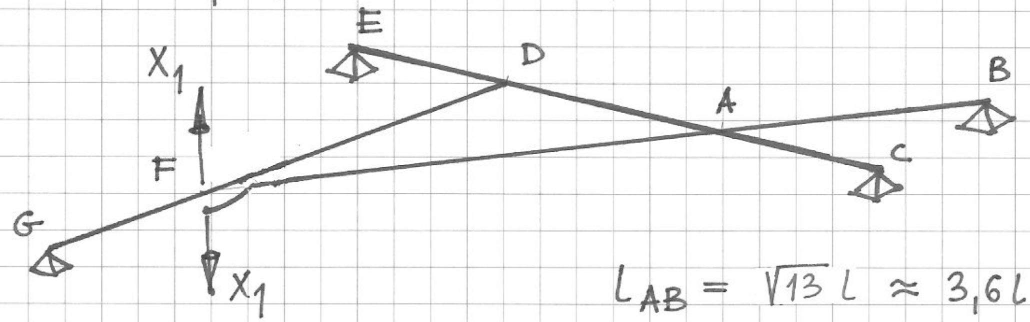
Znaleźć położenie y ($0<y<5l$) danego układu obciążenia maksymalizujące moment zginający w utwierdzeniu (tzn. wartość bezwględną momentu). Zastosować metodę linii wpływu.

(*Find the position y of the system of loads ($0<y<5l$) corresponding to the maximal value of the absolute value of the bending moment at the clamped end of the beam. Apply the method of the influence lines).*



Egzamin z MK1, 29 XI 2014, zadanie 1

Schemat zastępczy



$L_{AB} = \sqrt{13}\,L \approx 3{,}6L$

$L_{AF} = \sqrt{52}\,L \approx 7{,}21L$

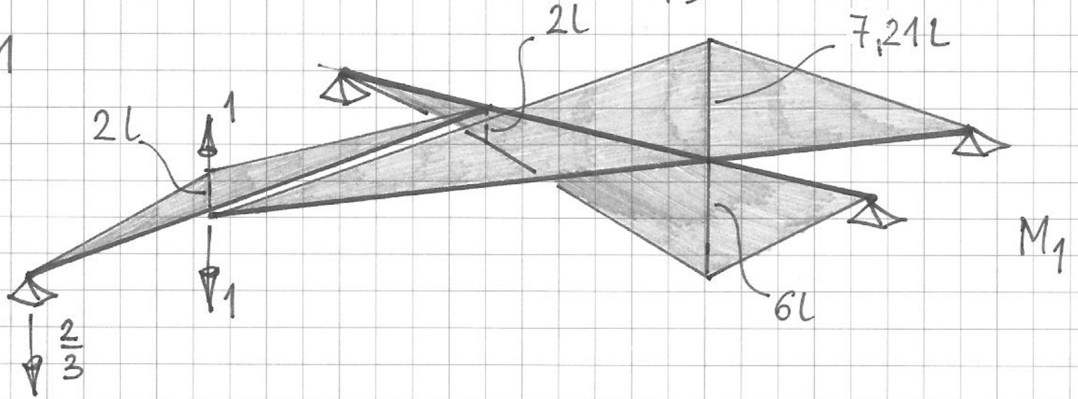
$L_{AC} = L_{DE} = 3L$

$L_{AD} = 4L$

$L_{GF} = 3L$

$L_{FD} = 6L$

$X_1 = 1$



$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ}\Big[\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 7{,}21L\cdot 7{,}21L\cdot \frac{2}{3}\cdot 7{,}21L}_{AF} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 7{,}21L\cdot 3{,}6L\cdot \frac{2}{3}\cdot 7{,}21L}_{AB} +$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot 3L\cdot \frac{2}{3}\cdot 2L}_{FG} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot 6L\cdot \frac{2}{3}\cdot 2L}_{DF} + \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot 3L\cdot \frac{2}{3}\cdot 2L}_{DE} +$$

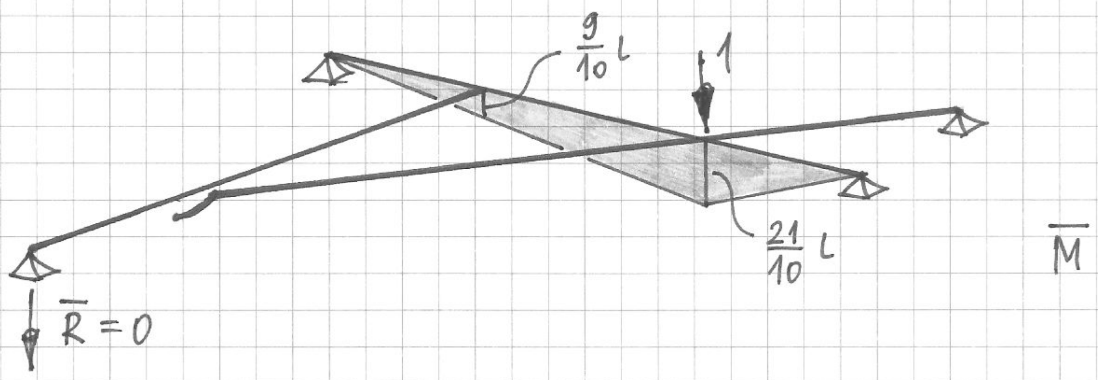
$$\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 2L\cdot 4L\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot 2L + \frac{1}{3}\cdot 6L\right) + \frac{1}{2}\cdot 6L\cdot 4L\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot 2L + \frac{2}{3}\cdot 6L\right)}_{AD} +$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}\cdot 6L\cdot 3L\cdot \frac{2}{3}\cdot 6L}_{AC} = 308{,}65\,\frac{L^3}{EJ}$$

$$\delta_{10} = -\frac{2}{3}\Delta_0$$

$$X_1 = 0{,}00216\,\frac{EJ\Delta_0}{L^3} \qquad M = M_1 X_1$$

Obliczenie w_A (korzystamy z tw. redukcyjnego i wzoru Maxwella - Mohra)

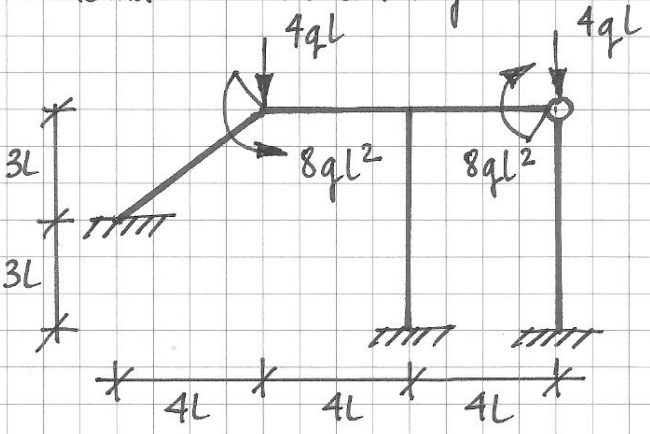


$$1 \cdot w_A + \overline{R} \cdot \Delta_0 = \int_S \overline{M} \varkappa \, ds \longrightarrow w_A = \int_S \frac{\overline{M} M}{EJ} = X_1 \int_S \frac{\overline{M} M_1}{EJ}$$

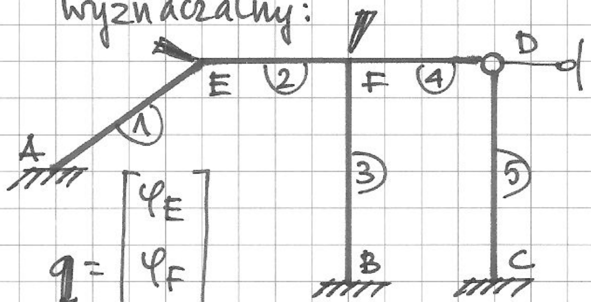
$$w_A = 0{,}0863 \, \Delta_0$$

Egzamin z MK1, 29 XI 2014, zadanie 2

Schemat zredukowany:

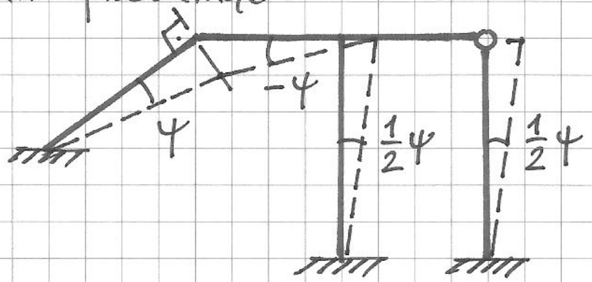


Schemat geometrycznie wyznaczalny:



$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \varphi_E \\ \varphi_F \\ \psi \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć:



Równania równowagi:

1) $\Phi_E^{(1)} + \Phi_E^{(2)} + 8ql^2 = 0$

2) $\Phi_F^{(2)} + \Phi_F^{(3)} + \Phi_F^{(4)} = 0$

3) $\left[\Phi_A^{(1)} + \Phi_E^{(1)}\right] \cdot \bar{\psi} + \left[\Phi_E^{(2)} + \Phi_F^{(2)}\right](-\bar{\psi})$
$+ \left[\Phi_B^{(3)} + \Phi_F^{(3)}\right] \cdot \frac{1}{2}\bar{\psi} + \Phi_C^{(5)} \cdot \frac{1}{2}\bar{\psi}$
$+ \bar{L}_\psi = 0$

$$\bar{L}_\psi = 4ql \cdot 4l \cdot \bar{\psi}$$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{2EJ}{5L}\left[\varphi_E - 3\psi\right]$$

$$\Phi_E^{(1)} = \frac{2EJ}{5L}\left[2\varphi_E - 3\psi\right]$$

$$\Phi_E^{(2)} = \frac{2EJ}{4L}\left[2\varphi_E + \varphi_F + 3\psi\right]$$

$$\Phi_F^{(2)} = \frac{2EJ}{4L}\left[\varphi_E + 2\varphi_F + 3\psi\right]$$

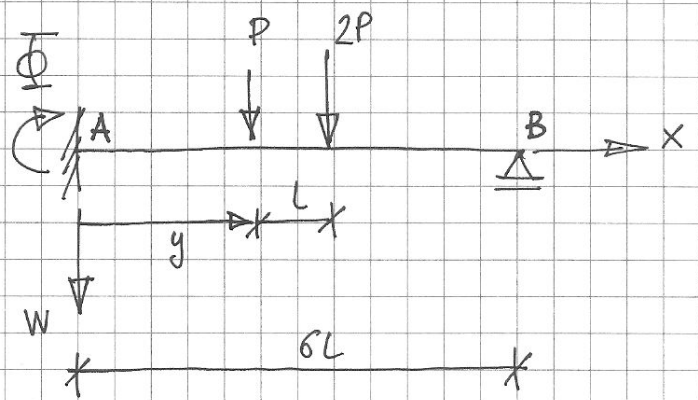
$$\Phi_B^{(3)} = \frac{2EJ}{6L}\left[\varphi_F - \frac{3}{2}\psi\right]$$

$$\Phi_F^{(3)} = \frac{2EJ}{6L}\left[2\varphi_F - \frac{3}{2}\psi\right]$$

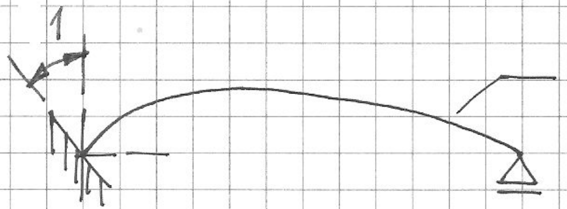
$$\Phi_F^{(4)} = \frac{3EJ}{4L}\left[\varphi_F\right] + 4ql^2$$

$$\Phi_C^{(5)} = \frac{3EJ}{6L}\left[-\frac{1}{2}\psi\right]$$

Egzamin MK1, 29.11.14, zadanie 3



$$\xi = \frac{x}{6L}$$



$$(-1)\cdot \omega_2(\xi)\cdot 6L = w(\xi)$$

$$\omega_2(\xi) = \xi - \frac{3}{2}\xi^2 + \frac{1}{2}\xi^3$$

Z tw. Bettiego: $\Phi\left(\frac{y}{6L}\right)(-1) + P\cdot w\left(\frac{y}{6L}\right) + 2P\cdot w\left(\frac{y+l}{6L}\right) = 0$

$$\Phi\left(\frac{y}{6L}\right) = -6PL\cdot\omega_2\left(\frac{y}{6L}\right) - 12PL\cdot\omega_2\left(\frac{y+l}{6L}\right)$$

$$\frac{d\Phi}{dy}\left(\frac{y^*}{6L}\right) = 0 \longrightarrow y^* = \frac{16-\sqrt{106}}{3}\,l \approx 1{,}9L$$

Rozwiązanie opracował: G. Dzierżanowski

Uwaga:

Funkcję $\omega_2 = \omega_2(\xi)$ wyznacza się na podstawie następującego rozumowania:

Niech $w = w(x)$ oznacza funkcję ugięcia belki stowarzyszoną z $\varphi_A = -1$

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

Warunki brzegowe:

$w(0) = 0$

$\varphi(0) = -1 \rightarrow w'(0) = -1$

$w(6L) = 0$

$M(6L) = 0 \rightarrow -EJ\,w''(6L) = 0$

$\rightarrow$ Wyznaczamy stałe całkowania $C_0, \dots, C_3$. Po uwzględnieniu ich wartości w równaniu na $w = w(x)$ otrzymujemy:

$$w(x) = 6L\cdot\left(\frac{x}{6L} - \frac{3}{2}\frac{x^2}{(6L)^2} + \frac{1}{2}\frac{x^3}{(6L)^3}\right)$$