

Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 8 II 2020 r.
studia niestacjonarne

NAZWISKO, Imię			
nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu pisemnego

Zadanie 1.

Ułóż układ równań z niewiadomymi przemieszczeniami węzłów w ramie z rys. 1. (Fig. 1)

$$EJ = \text{const.}, k = 0,1024 \frac{EJ}{l^4}.$$

Zadanie 2.

Ułóż układ równań z niewiadomymi przemieszczeniami węzłów w ramie z rys. 2. (Fig. 2)

$$EJ = \text{const.}, k = 4 \frac{EJ}{l^3}.$$

Zadanie 3.

Korzystając z metody kondensacji statycznej, wyprowadź wzór określający siłę przypadkową w prawej podporze (swobodne podparcie) pręta z rys. 3. (Fig. 3)

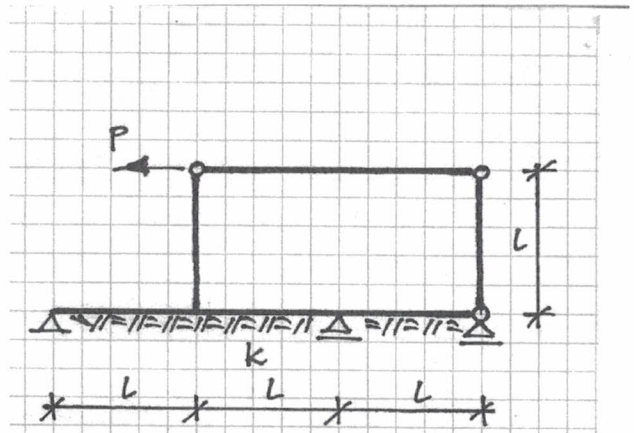


Fig. 1

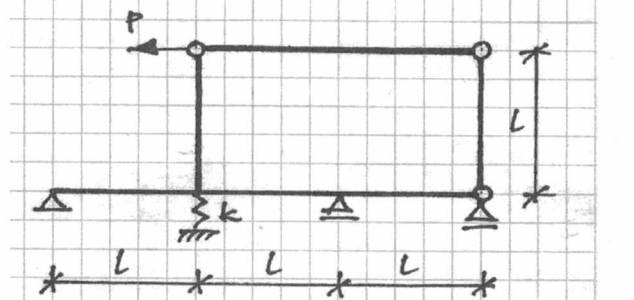


Fig. 2

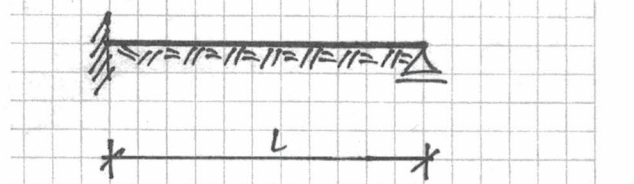
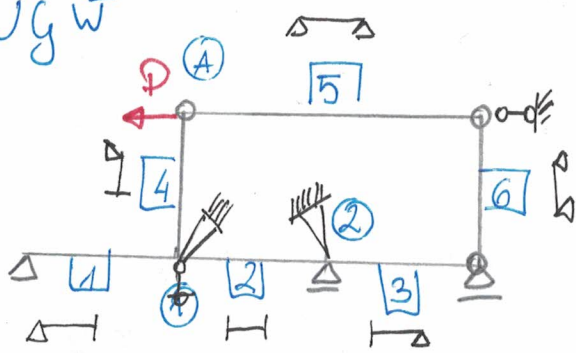


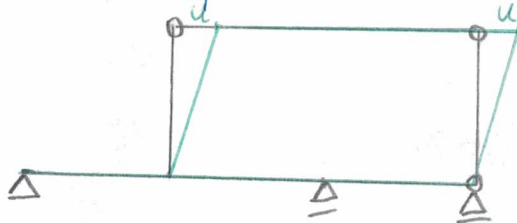
Fig. 3

UgW

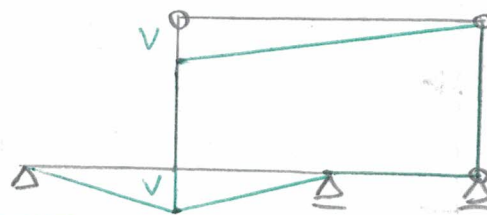


$$q = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \frac{u}{l} \\ \frac{v}{l} \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć 1



Plan przesunięć 2



Pręt	*w	w*	u	λ
1	0	v	0	0,4
2	v	0	0	0,4
3	0	0	0	0,4
4	-u	0	v	0
5	v	0	u	0
6	0	u	0	0

r.r. MP

$$\Phi_1^1 + \Phi_1^2 + \Phi_1^4 = 0 \quad (1)$$

$$\Phi_2^2 + \Phi_2^3 = 0 \quad (2)$$

$$-(W_4^4(-u)) - P u = 0 \quad (3)$$

$$-[W_1^1 v + W_1^2 v] = 0 \quad (4)$$

Wzory transformacyjne

$$\Phi_1^1 = \frac{EY}{l} [\alpha'(0,4) \varphi_1 - \theta'(0,4) \frac{v}{l}] \quad W_1^1 = -\frac{EY}{l^2} [\theta'(0,4) \varphi_1 - \gamma'(0,4) \frac{v}{l}]$$

$$\Phi_1^2 = \frac{EY}{l} [\alpha(0,4) \varphi_1 + \beta(0,4) \varphi_2 + \theta(0,4) \frac{v}{l}]$$

$$\Phi_2^2 = \frac{EY}{l} [\beta(0,4) \varphi_1 + \alpha(0,4) \varphi_2 + \delta(0,4) \frac{v}{l}]$$

$$W_1^2 = \frac{EY}{l^2} [\theta(0,4) \varphi_1 + \delta(0,4) \varphi_2 + \gamma(0,4) \frac{v}{l}]$$

$$\Phi_2^3 = \frac{EY}{l} [\alpha'(0,4) \varphi_2]$$

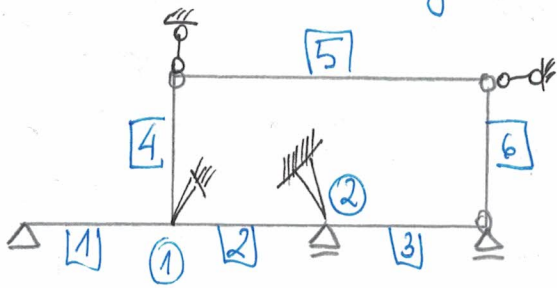
$$\Phi_1^4 = \frac{EY}{l} [\alpha'(0) \varphi_1 + \delta'(0) (-\frac{u}{l})]$$

$$W_A^4 = \frac{EJ}{l^2} \left[\delta'(0) u_1 + \chi'(0,4) \left(-\frac{u}{l}\right) \right]$$

$$\frac{EJ}{l} \begin{bmatrix} 10,003 & 1,999 & -3 & 2,996 \\ 1,999 & 7,003 & 0 & 5,997 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 2,996 & 5,997 & 0 & 15,024 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \frac{u}{l} \\ \frac{v}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Pl \\ 0 \end{bmatrix}$$

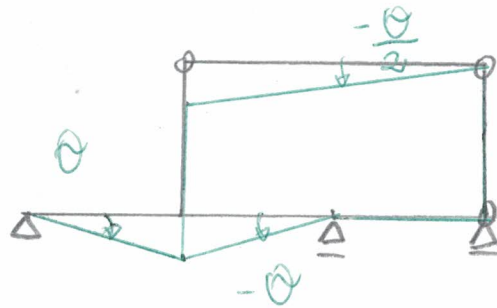
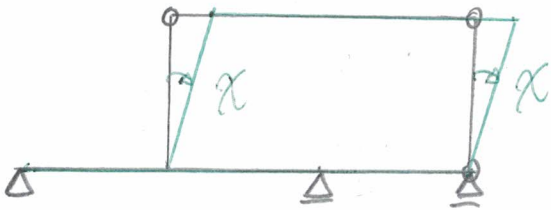
ZADANIE 2

UGW



$$q_v = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \chi \\ \theta \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć χ



r. r. MP

$$\bar{\Phi}_1^1 + \bar{\Phi}_1^2 + \bar{\Phi}_1^4 = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\Phi}_1^4 \bar{\chi} - P \bar{\chi} l = 0 \quad (3)$$

$$\bar{\Phi}_2^2 + \bar{\Phi}_2^3 = 0 \quad (2)$$

$$\bar{\Phi}_1^1 \bar{\theta} + (\bar{\Phi}_1^2 + \bar{\Phi}_2^2) (-\bar{\theta}) + Q \bar{\theta} l = 0 \quad (4)$$

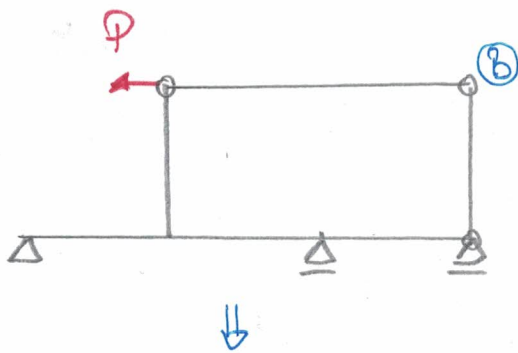
Relacja konstytutywna węzła: $Q = k \cdot \Delta u = k \cdot (-\theta l) = -4 \frac{EJ}{l^2} \theta$

Wzory transformacyjne \rightarrow por. ZADANIE 1.

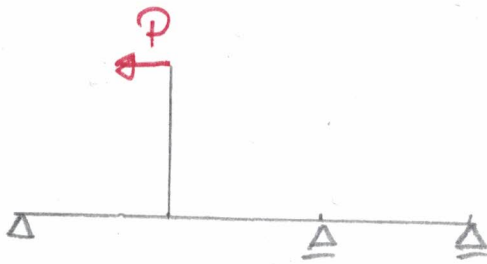
Układ równań

$$\frac{EY}{e} \begin{bmatrix} 10 & 2 & -3 & 3 \\ 2 & 6 & 0 & 6 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 6 & 0 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \pi \\ \vartheta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -Pl \\ 0 \end{bmatrix}$$

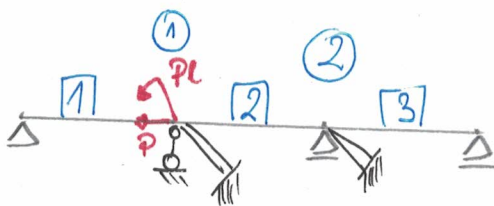
ZADANIE 1:2 - ROZWIĄZANIE ALTERNATYWNE (SZKIC)



Z równowagi węzła \textcircled{B} wynika, że pręty kratowe są zerowe.
Redukujemy część statycznie wyznaczalną.



UGW



$$q_{\downarrow} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \frac{u}{e} \end{bmatrix}$$

ZADANIE 3

Schemat 0



Dobieramy φ^* tak, aby $\bar{\Phi}^* = 0$

$$\bar{\Phi}^* = \frac{EY}{l} \left[\beta(\alpha) \cdot \varphi + \alpha(\alpha) \varphi^* + \delta(\alpha) \frac{w^*}{l} - \theta(\alpha) \frac{w^*}{l} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \varphi^* = -\frac{\beta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \cdot \varphi - \frac{\delta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \frac{w^*}{l} + \frac{\theta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \frac{w^*}{l}$$

Podstawiamy do wzoru na \bar{w}^*

$$\bar{w}^* = -\frac{EY}{l^2} \left[\delta(\alpha) \cdot \varphi + \theta(\alpha) \left(-\frac{\beta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \cdot \varphi - \frac{\delta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \frac{w^*}{l} + \frac{\theta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \frac{w^*}{l} \right) + \varepsilon(\alpha) \frac{w^*}{l} - \gamma(\alpha) \frac{w^*}{l} \right] =$$

$$= -\frac{EY}{l^2} \left[(\delta(\alpha) - \frac{\theta(\alpha)\beta(\alpha)}{\alpha(\alpha)}) \cdot \varphi + \left(\varepsilon(\alpha) - \frac{\theta(\alpha)\delta(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \right) \frac{w^*}{l} + \left(-\gamma(\alpha) + \frac{\theta^2(\alpha)}{\alpha(\alpha)} \right) \frac{w^*}{l} \right]$$

Otrzymujemy wzór na siłę podporową wg schematu Ia.