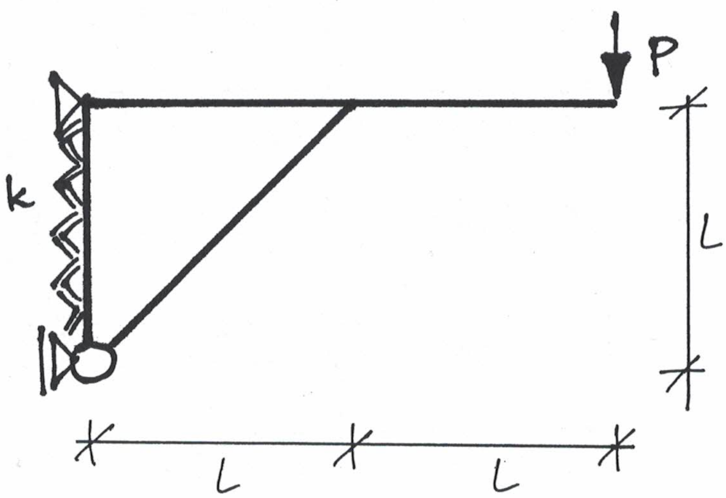
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 29.06.2019
studia niestacjonarne

NAZWISKO, Imię			
nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu pisemnego

Zadanie 1.

Oblicz siły podłużne w prętach konstrukcji z rys.1.

$$EJ = \text{const.}\ ,\ k = 0.9604\frac{EJ}{l^4}\ .$$



rys. 1

Zadanie 2.

Oblicz wartość k taką, że $M_B(k) = \frac{1}{10}ql^2$ w belce z rys. 2.

Następnie oblicz $V_B(k)$.

$EJ = \text{const.}$

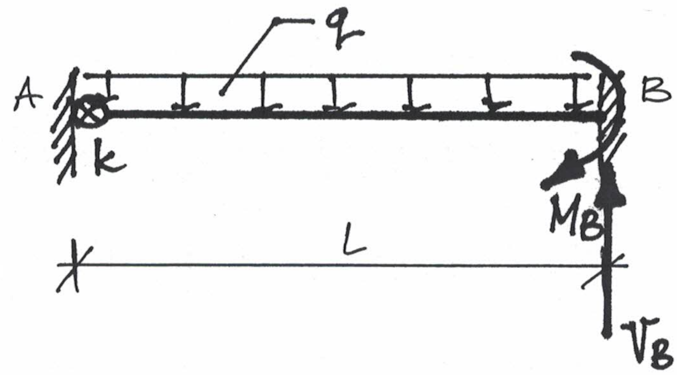
Uwaga:

Jeżeli $k = +\infty$, to $M_B(k) = \frac{1}{12}ql^2$.

Jeżeli $k = 0$, to $M_B(k) = \frac{1}{8}ql^2$.

Zadanie 3.

Opisz kolejne etapy rozumowania prowadzącego do wyznaczenia funkcji ugięcia belki z rys. 2.

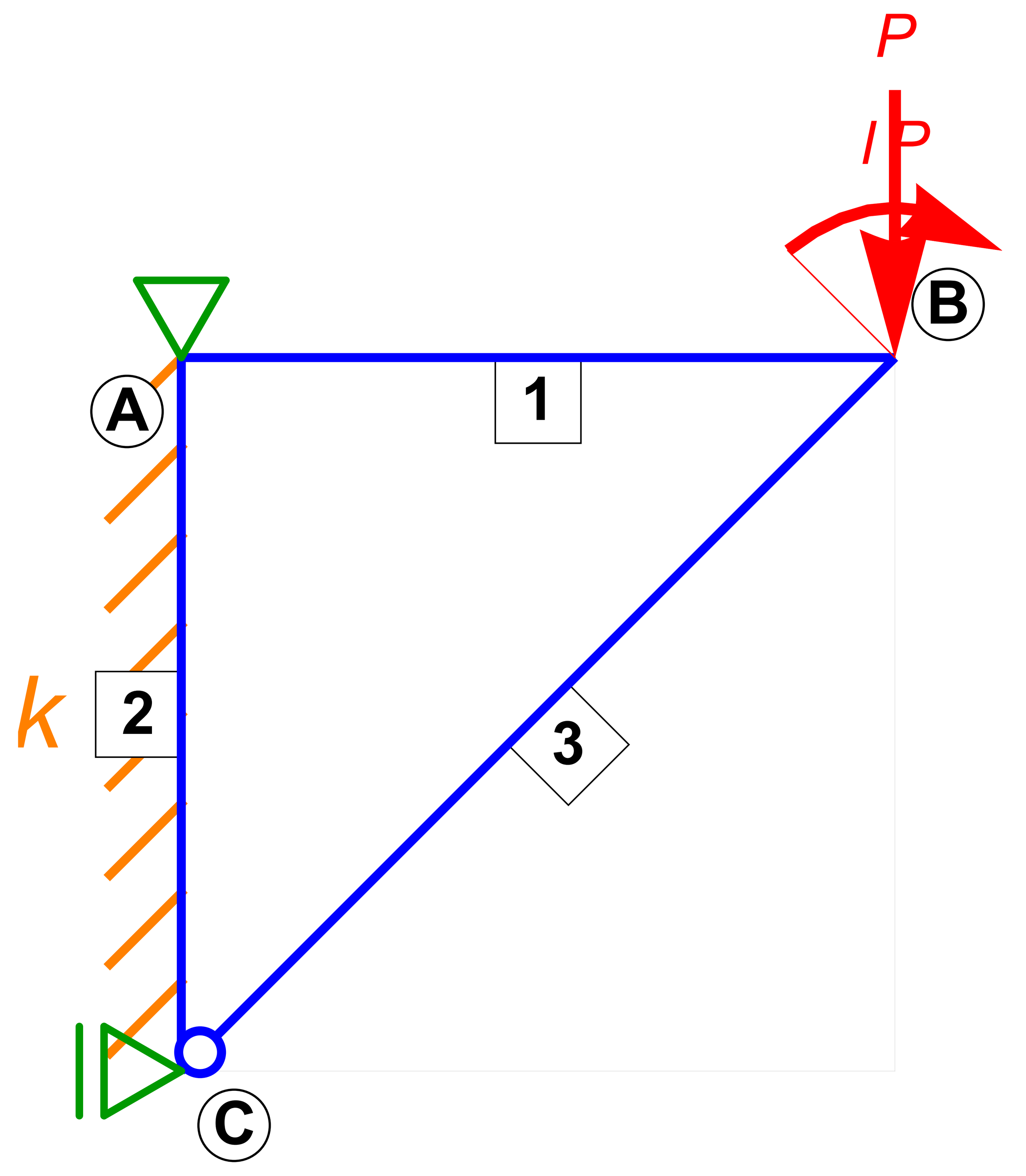


rys. 2

Egzamin MK IPB nstac. 29.06.19, Zadanie 1

Obliczyć siły podłużne w konstrukcji

Geometria oraz obciążenia konstrukcji po redukcji części statycznie wyznaczalnej (wymiar oczka siatki – 1, $k = \frac{2401}{2500}\frac{EJ}{l^4}$):



Parametry λ w prętach:

$\lambda^{(1)} = 0$

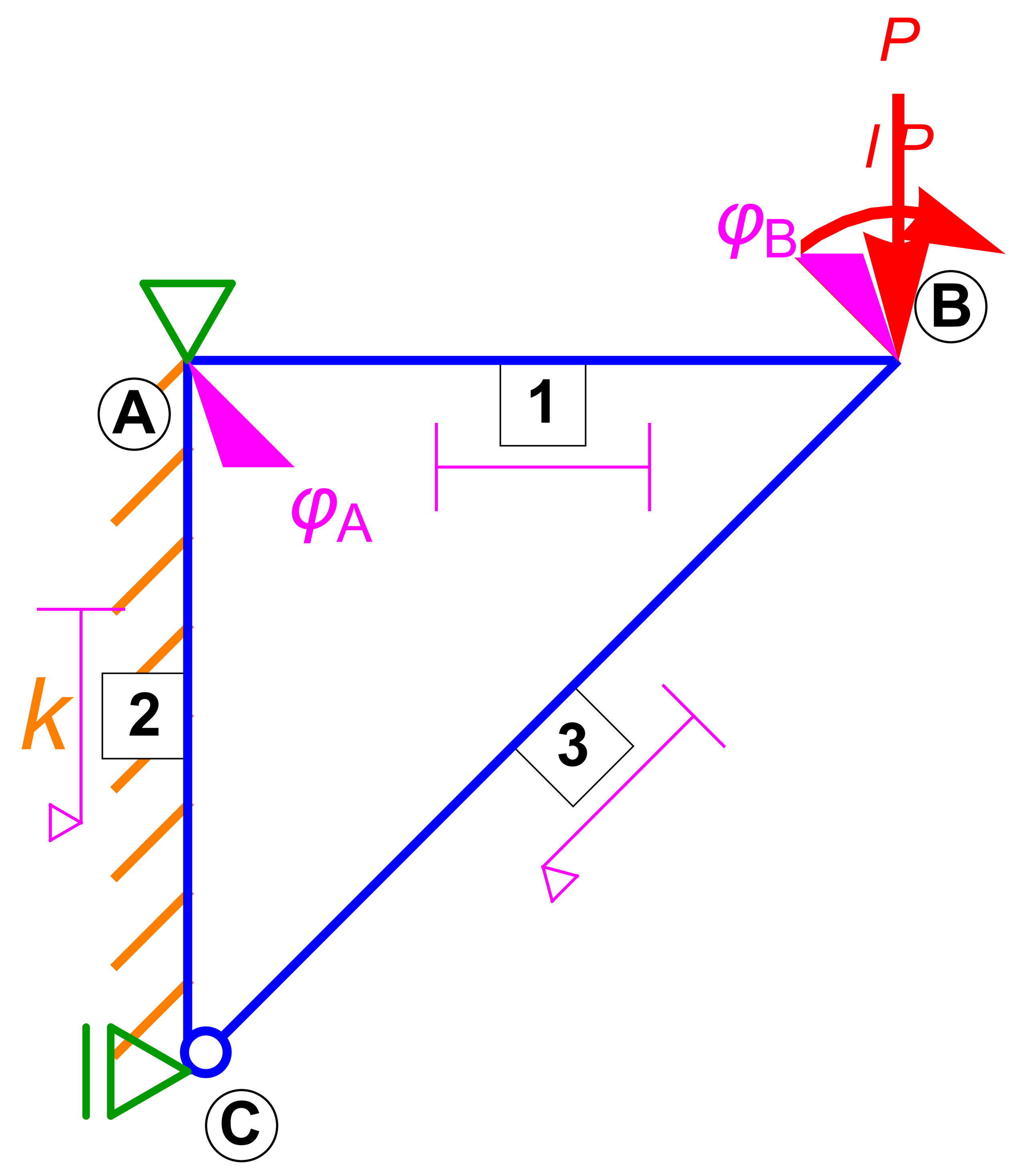
$\lambda^{(2)} = \frac{7}{10}$

$\lambda^{(3)} = 0$

Wektor niewiadomych:

$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{pmatrix}$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



W konstrukcji nie występują wyjściowe siły brzegowe.

Wzory transformacyjne:

$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{l}\left[\, 4\,\varphi_A + 2\,\varphi_B \,\right]$

$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\left[\, 2\,\varphi_A + 4\,\varphi_B \,\right]$

$\Phi_A^2 = \frac{EJ}{l}\left[\, \alpha'\left(\frac{7}{10}\right)\,\varphi_A \,\right] = \frac{EJ}{l}\left[\, 3.018\,\varphi_A \,\right]$

$\Phi_B^3 = \frac{EJ}{l}\left[\, \frac{3}{\sqrt{2}}\,\varphi_B \,\right]$

Równania równowagi:

$\Phi_A^1 + \Phi_A^2 = 0$

$\Phi_B^1 + \Phi_B^3 - l\,P = 0$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 7.018 & 2.000 \\ 2.000 & 6.121 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{pmatrix} = l\,P\begin{pmatrix} 0 \\ 1.000 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{pmatrix} = \frac{l^2 P}{EJ}\begin{pmatrix} -0.051 \\ 0.180 \end{pmatrix}$$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = 0.155\,l\,P$

$\Phi_B^1 = 0.618\,l\,P$

$\Phi_A^2 = -0.155\,l\,P$

$\Phi_B^3 = 0.382\,l\,P$

$W_A^1 = 0.773\,P$

$W_B^1 = -0.773\,P$

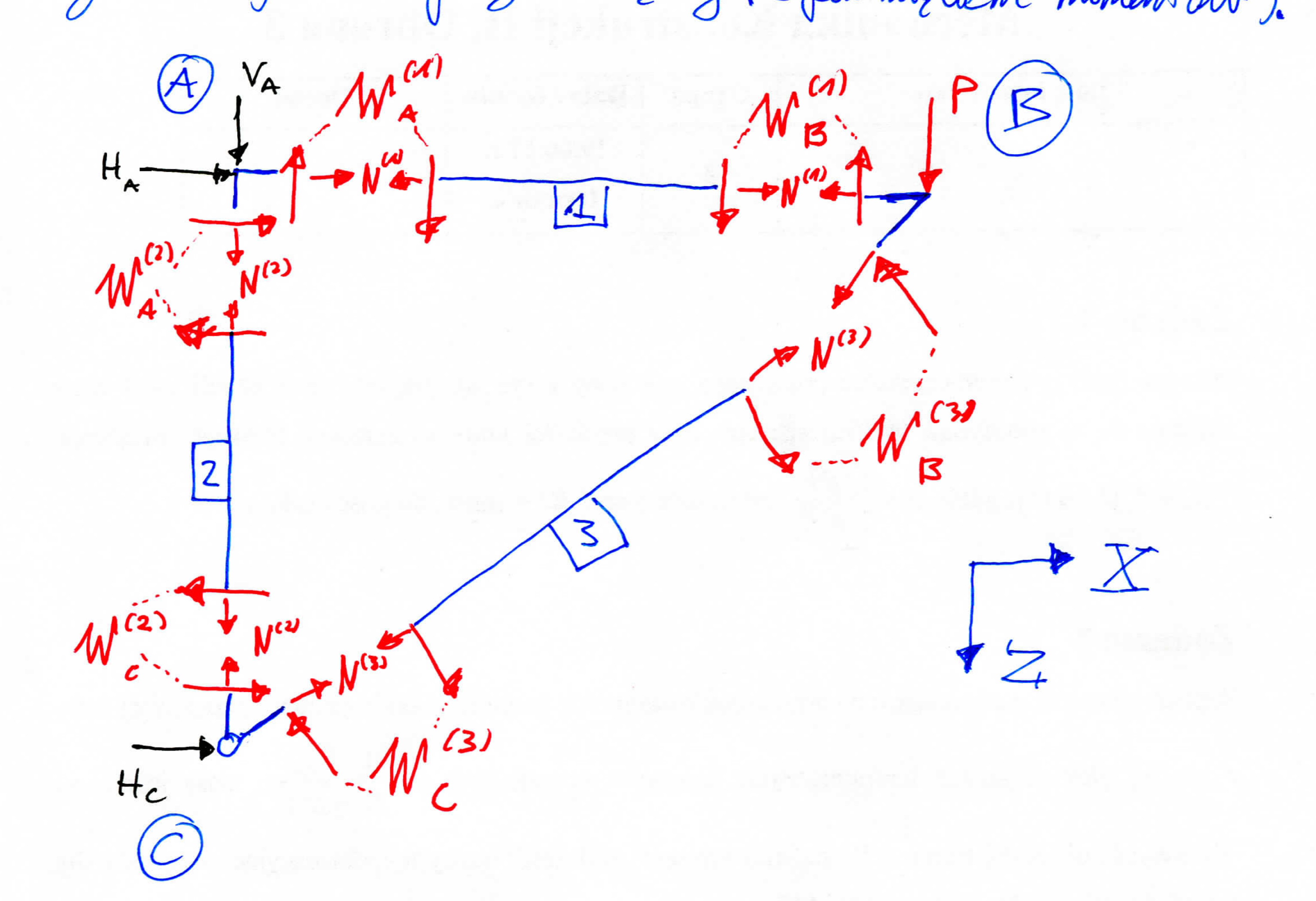
$W_A^2 = -0.158\,P$

$W_C^2 = 0.152\,P$

$W_C^3 = 0.270\,P$

$W_B^3 = -0.270\,P$

Siły działające na pręty i węzły (z pominięciem momentów):



Rów. Rów. węzła (B):

$$\Sigma Z:\ P - W_B^{(1)} + \frac{\sqrt{2}}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{2}}{2}W_B^{(3)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N^{(3)} = -\sqrt{2}P + \sqrt{2}W_B^{(1)} + W_B^{(3)} = -2.772P$$

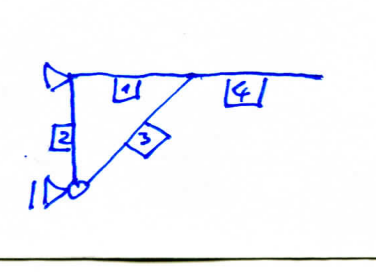
$$\Sigma X:\ -N^{(1)} - \frac{\sqrt{2}}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{2}}{2}W_B^{(3)} = 0 \Rightarrow N^{(1)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{2}}{2}W_B^{(3)} = 2.155P$$

Rów. Rów węzła ~~(A)~~: (C):

$$\Sigma Z:\ -N^{(2)} - \frac{\sqrt{2}}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{2}}{2}W_C^{(3)} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N^{(2)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{2}}{2}W_C^{(3)} = 1.773P$$

Dodatkowo jest oczywiste, że

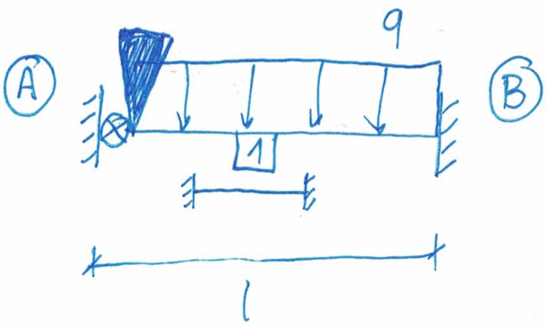


$$N^{(4)} = 0$$

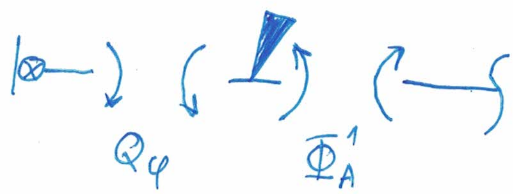
Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

ZADANIE 2

MK IPB 29.06.2019



$$q_1 = [\varphi_A]$$



$$\text{R.R.}\quad \Phi_A^1 + Q_\varphi = 0$$

$$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{l}\left(\alpha(0)\,\varphi_A\right) - \Gamma_\varphi(0)\,ql^2 = \frac{EJ}{l}4\varphi_A - \frac{1}{12}ql^2$$

$$Q_\varphi = k\cdot\varphi_A = \gamma\frac{EJ}{l}\varphi_A$$

Wiemy, że: $M_B = +\Phi_B^1 = \frac{1}{10}ql^2$

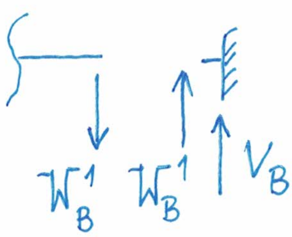
$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\beta(0)\,\varphi_A + \Gamma_\varphi(0)\,ql^2 = \frac{EJ}{l}2\varphi_A + \frac{1}{12}ql^2 = \frac{1}{10}ql^2 \Rightarrow \boxed{\varphi_A = \frac{1}{120}\frac{ql^3}{EJ}}$$

$$\frac{EJ}{l}4\varphi_A - \frac{1}{12}ql^2 + k\cdot\varphi_A = 0$$

$$\frac{EJ}{l}4\cdot\frac{1}{120}\frac{ql^3}{EJ} - \frac{1}{12}ql^2 + k\cdot\frac{1}{120}\frac{ql^3}{EJ} = 0 \Rightarrow \boxed{k = 6\frac{EJ}{l}}$$

$$V_B = -W_B^1 = -\left[-\frac{EJ}{l^2}\delta(0)\,\varphi_A - \Gamma_w(0)\,ql\right] = \frac{11}{20}ql$$

$$\boxed{V_B = \frac{11}{20}ql}$$



Egzamin z MK 3 (IPB_2) 29.06.2019 r.

Zadanie 3

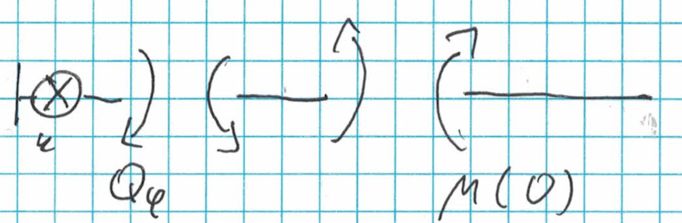
1) Równanie różniczkowe równowagi belki przyjmuje postać:

$$\ominus EJ \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + q = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = \frac{q}{EJ}$$

2) Po czterokrotnym scałkowaniu otrzymujemy:

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + \frac{q}{24 EJ} x^4$$

3) Rozważmy węzeł podatny:



$$Q_\varphi = k\,\varphi(0)$$

4) Zapisujemy warunki brzegowe:

$w(0) = 0$ $\qquad$ $w(l) = 0$

$M(0) = \ominus k\,\varphi(0)$ $\qquad$ $\varphi(l) = 0$, gdzie:

$$\varphi(x) = \frac{dw(x)}{dx} = C_1 + 2C_2 x + 3C_3 x^2 + \frac{q}{6EJ} x^3$$

$$M(x) = \ominus EJ \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \ominus EJ \left(2C_2 + 6C_3 x + \frac{q}{2EJ} x^2\right)$$

5) Z warunków brzegowych wyznaczamy stałe C_0, C_1, C_2, C_3

6) Podstawiamy je do $w(x)$ i mamy funkcję $w(x)$ k-paramet