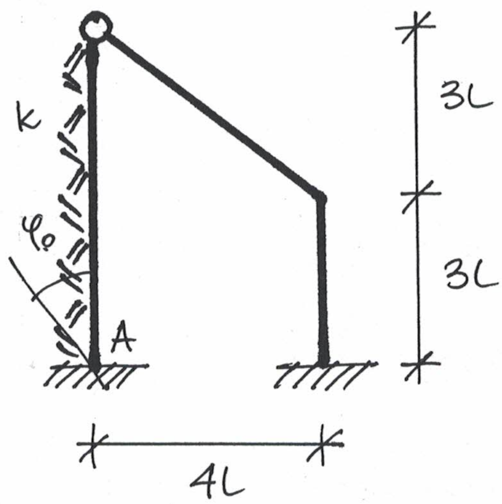
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 26.06.2019
studia stacjonarne

NAZWISKO, Imię			
nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu pisemnego

Zadanie 1.

Oblicz reakcje podpór konstrukcji z rys.1 spowodowane obrotem podpory A.

$$EJ = \text{const.}\ ,\ k = 0.0324\frac{EJ}{l^4}\ .$$



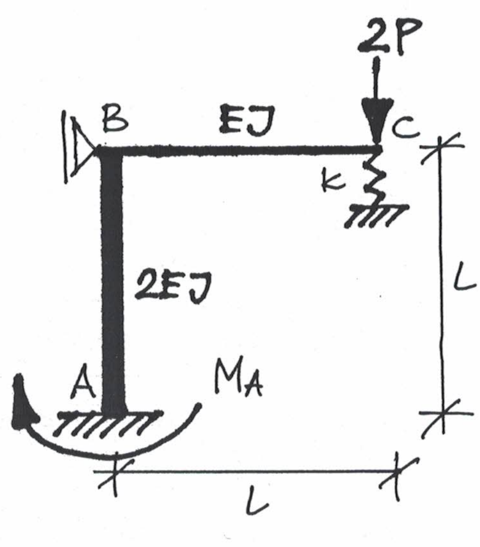
rys. 1

Zadanie 2.

W ramie z rys. 2 oblicz wartość k taką, że $M_A(k) = \frac{1}{2}P\,l$.

Zadanie 3.

Opisz kolejne etapy rozumowania prowadzącego do wyznaczenia funkcji ugięcia rygla BC ramy z rys. 2.

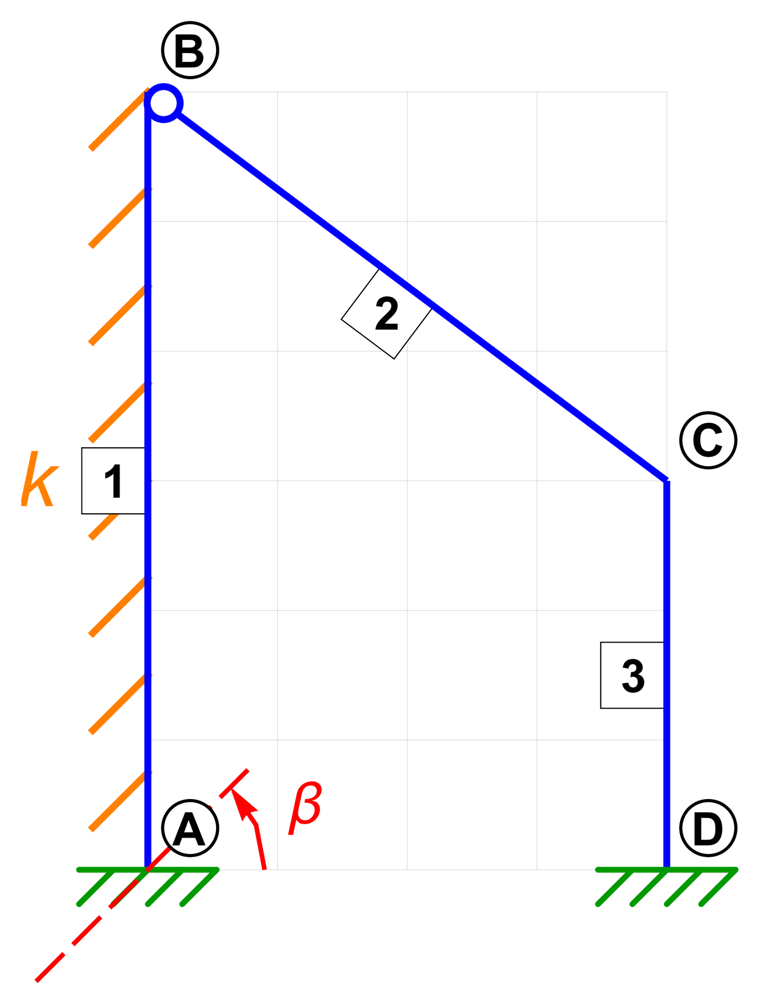


rys. 2

Egzamin MK IPB/BZ nstac. 26.06.19, Zadanie 1

Obliczyć reakcje podpór w konstrukcji.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $k = \frac{81}{2500}\frac{EJ}{l^4}$):



Parametry λ w prętach:

$\lambda^{(1)} = \frac{9}{5}$

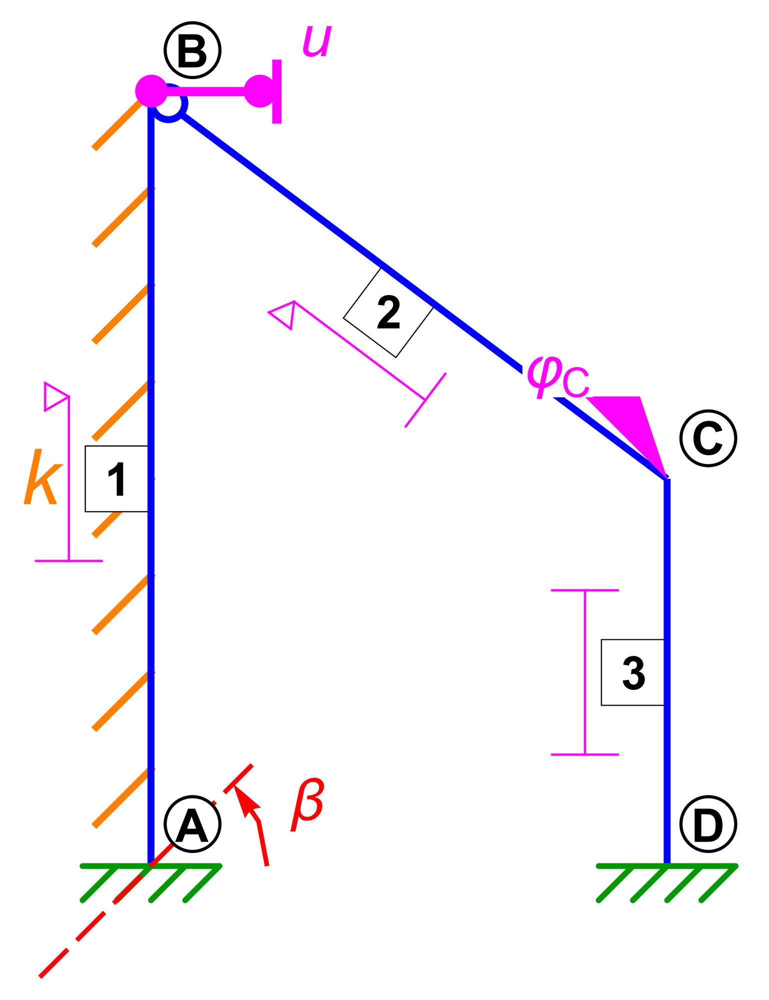
$\lambda^{(2)} = 0$

$\lambda^{(3)} = 0$

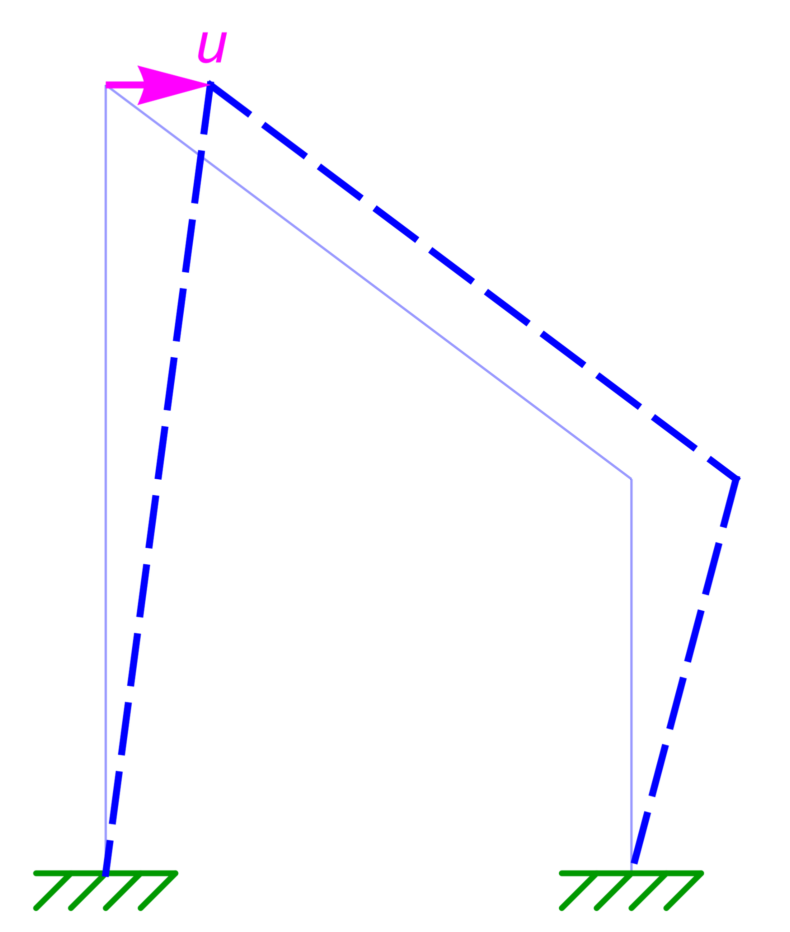
Wektor niewiadomych:

$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_C \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix}$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1:	$w_B^1 = -u$	$w_A^1 = 0$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = -\frac{3}{5}u$	$w_C^2 = -\frac{3}{5}u$	$u^2 = \frac{4}{5}u$
Pręt 3:	$w_C^3 = -u$	$w_D^3 = 0$	$u^3 = 0$

Siły brzegowe wyjściowe:

$\Phi_A^{01} = -0.615\,\frac{EJ\beta}{l}$

$W_B^{01} = -0.045\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

Wzory transformacyjne:

$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{l}\left[-\frac{1}{36}\delta'\left(\frac{9}{5}\right)\frac{u}{l}\right] - 0.615\,\frac{EJ\beta}{l} = \frac{EJ}{l}\left[-0.045\,\frac{u}{l}\right] - 0.615\,\frac{EJ\beta}{l}$

$\Phi_C^2 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{5}\varphi_C + \left\{-\frac{9}{125} + \frac{9}{125}\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{5}\varphi_C + 0\,\frac{u}{l}\right]$

$\Phi_C^3 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{4}{3}\varphi_C - \frac{2}{3}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l}\left[\frac{4}{3}\varphi_C - \frac{2}{3}\frac{u}{l}\right]$

$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{1}{216}\chi'\left(\frac{9}{5}\right)\frac{u}{l}\right] - 0.045\,\frac{EJ\beta}{l^2} = \frac{EJ}{l^2}\left[-0.056\,\frac{u}{l}\right] - 0.045\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{3}{25}\varphi_C + \left\{-\frac{9}{625} + \frac{9}{625}\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{3}{25}\varphi_C + 0\,\frac{u}{l}\right]$

$W_C^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{3}{25}\varphi_C + \left\{\frac{9}{625} - \frac{9}{625}\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{3}{25}\varphi_C + 0\,\frac{u}{l}\right]$

$W_C^3 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{2}{3}\varphi_C - \frac{4}{9}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{2}{3}\varphi_C - \frac{4}{9}\frac{u}{l}\right]$

Równania równowagi:

$\Phi_C^2 + \Phi_C^3 = 0$

$-W_B^1\cdot(-\overline{u}) - W_B^2\cdot\left(-\frac{3}{5}\overline{u}\right) - W_C^2\cdot\left(-\frac{3}{5}\overline{u}\right) - W_C^3\cdot(-\overline{u}) = \overline{0}$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 1.933 & -0.667 \\ -0.667 & 0.500 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi_C \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = \frac{EJ\beta}{l}\begin{pmatrix} 0 \\ -0.045 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_C \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = \beta\begin{pmatrix} -0.058 \\ -0.168 \end{pmatrix}$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = -0.608\,\frac{EJ\beta}{l}$

$\Phi_C^2 = -0.035\,\frac{EJ\beta}{l}$

$\Phi_C^3 = 0.035\,\frac{EJ\beta}{l}$

$\Phi_D^3 = 0.073\,\frac{EJ\beta}{l}$

$W_B^1 = -0.036\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

$W_A^1 = 0.173\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

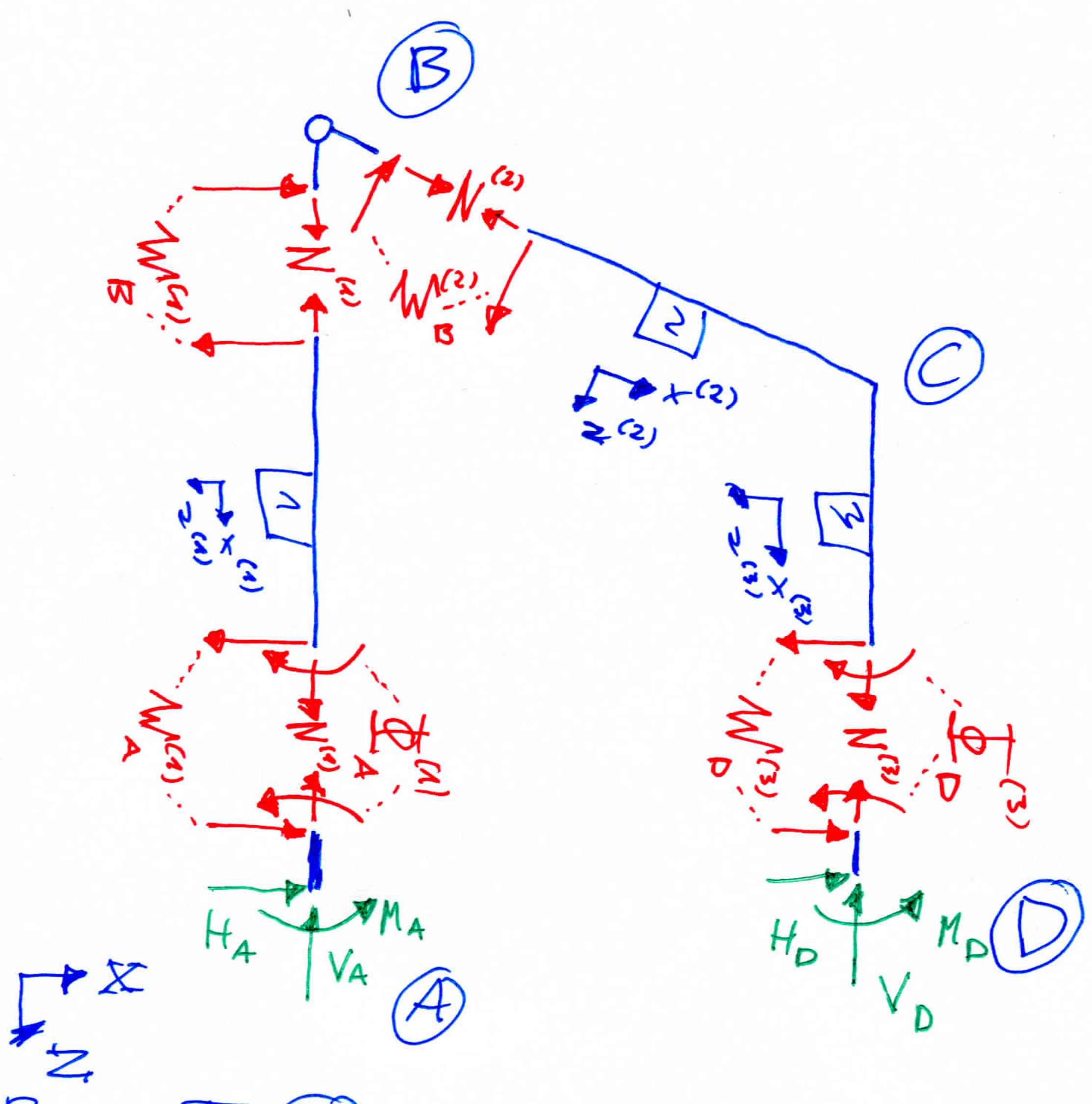
$W_B^2 = -0.007\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

$W_C^2 = 0.007\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

$W_C^3 = 0.036\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

$W_D^3 = -0.036\,\frac{EJ\beta}{l^2}$

Siły działające na pręty i węzły (nie musimy rozcinać węzła C)



R.R. węzła B:

$\sum Z^{(2)}: -W_B^{(2)} + \frac{4}{5}N^{(1)} - \frac{3}{5}W_B^{(1)} = 0 \Rightarrow N^{(1)} = \frac{5}{4}W_B^{(2)} + \frac{3}{4}W_B^{(1)} = -0.036\frac{EJ\beta_0}{l^2}$

R.R. węzła A:

$\sum X: H_A + W_A^{(1)} = 0 \Rightarrow H_A = -W_A^{(1)} = -0.173\frac{EJ\beta_0}{l^2}$

$\sum Z: -N^{(1)} - V_A = 0 \Rightarrow V_A = -N^{(1)} = 0.036\frac{EJ\beta_0}{l^2}$

$\sum M^{(A)}: M_A + \Phi_A^{(1)} = 0 \Rightarrow M_A = -\Phi_A^{(1)} = 0.608\frac{EJ\beta_0}{l}$

R.R. węzła D:

$\sum X: H_D + W_D^{(3)} = 0 \Rightarrow H_D = -W_D^{(3)} = 0.036\frac{EJ\beta_0}{l^2}$

$\sum M^{(D)}: M_D + \Phi_D^{(3)} = 0 \Rightarrow M_D = -\Phi_D^{(3)} = -0.073\frac{EJ\beta_0}{l}$

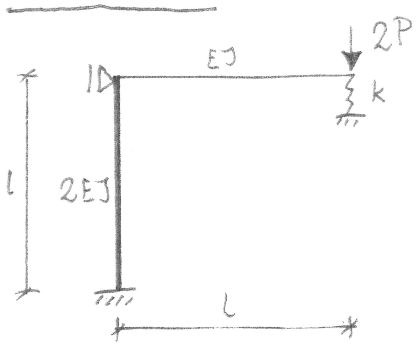
$\sum Z: -N^{(3)} - V_D = 0$, ale nie chcę liczyć $N^{(3)}$, wystarczy zauważyć, że ze względu na brak tarcia w podłożu spr.:

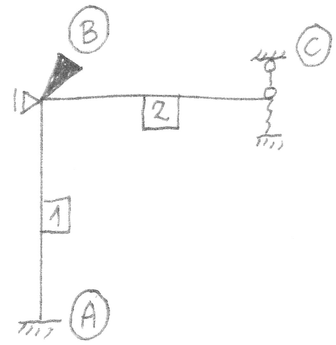
R.R. całej ramy:

$\sum Z: V_A + V_D = 0 \Rightarrow V_D = -V_A = -0.036\frac{EJ\beta_0}{l^2}$

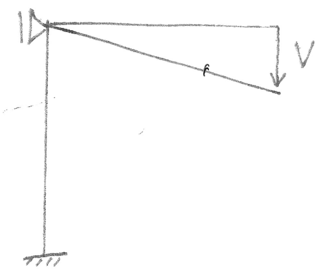
Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

ZADANIE 2





$$q = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{v}{l} \end{bmatrix}$$



$$1)\quad \Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$$

$$2)\quad W_C^2 \cdot \bar{v} - 2P \cdot \bar{v} - Q_W \cdot \bar{v} = 0$$

$$\Phi_B^1 = \frac{2EJ}{l}\left(\alpha(0)\varphi_B\right) = \frac{EJ}{l} 8\varphi_B$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l}\left(\alpha'(0)\varphi_B - \delta'(0)\frac{v}{l}\right) = $$

$$= \frac{EJ}{l}\left(3\varphi_B - 3\frac{v}{l}\right)$$

$$W_C^2 = -\frac{EJ}{l^2}\left(\delta'(0)\varphi_B - \chi'(0)\frac{v}{l}\right) = \frac{EJ}{l^2}\left(-3\varphi_B + 3\frac{v}{l}\right)$$

$$Q_W = k\cdot(-v) = -k\cdot v = -\tau\frac{EJ}{l^3}v = -\frac{EJ}{l^2}\tau\frac{v}{l}$$

$$1)\quad \frac{EJ}{l}\left(8\varphi_B + 3\varphi_B - 3\frac{v}{l}\right) = 0$$

$$2)\quad \frac{EJ}{l}\left(-3\varphi_B + 3\frac{v}{l} + \tau\frac{v}{l}\right) = 2Pl$$

$$\frac{EJ}{l}\begin{bmatrix} 11 & -3 \\ -3 & 3+\tau \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{v}{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} Pl \quad \Rightarrow \quad \varphi_B = \frac{6}{24+11\tau}\,\frac{Pl^2}{EJ}, \quad \frac{v}{l} = \frac{22}{24+11\tau}\,\frac{Pl^2}{EJ}$$

$$\mathbb{K}q = \mathbb{Q}$$

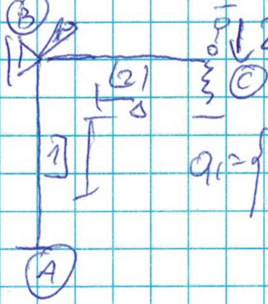
$$M_A = \frac{1}{2}Pl = \Phi_A^1 \qquad \Phi_A^1 = \frac{2EJ}{l}\left(\beta(0)\varphi_B\right) = \frac{EJ}{l}4\varphi_B$$

$$\frac{EJ}{l}\cdot 4\cdot\frac{6}{24+11\tau}\,\frac{Pl^2}{EJ} = \frac{1}{2}Pl \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{24}{11} \quad \Rightarrow \quad \boxed{k = \frac{24}{11}\,\frac{EJ}{l^3}}$$

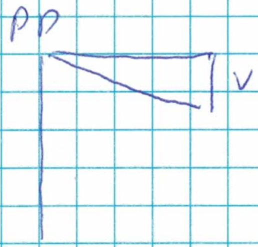
Egzamin MK3 IPB 26.06.2019

Zadanie 3

1) Z metody przemieszczeń wyznaczamy φ_B oraz V:



$q_i = \begin{Bmatrix} \varphi_B \\ \frac{V}{l} \end{Bmatrix}$



$$\begin{cases} \Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0 \\ -(W_C^2 \bar{V}) + 2P\bar{V} - kV\bar{V} = 0 \end{cases} \Rightarrow \varphi_B, V.$$

2) Funkcja ugięcia pręta BC przyjmuje postać:

$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$

$\varphi(x) = w'(x) = C_1 + 2C_2 x + 3 C_3 x^3$

$M(x) = \ominus EJ\, w''(x) = \ominus EJ\,(2C_2 + 6C_3 x)$

3) Stałe C_0, C_1, C_2, C_3 wyznaczamy z warunków brzegowych:

$w(0) = 0$

$\varphi(0) = \varphi_B$

$w(l) = V$

$M(l) = 0$

4) Podstawiamy stałe C_0 C_1 C_2 C_3 i mamy funkcję ugięcia