Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 17.06.2019
studia stacjonarne

NAZWISKO, Imię

nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)

ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu pisemnego

Zadanie 1.

Oblicz siły podłużne w prętach konstrukcji z rys.1.

$$EJ = \text{const.}\ ,\ k = 0.1024\frac{EJ}{l^4}\ .$$

Zadanie 2.

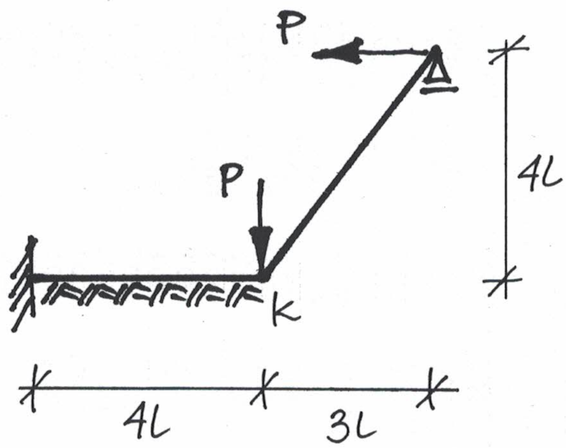
Oblicz wartość k taką, że kąt obrotu $\varphi_B(k) = \frac{ql^3}{EJ}$ w belce z rys. 2.

Następnie oblicz $V_A(k)$.

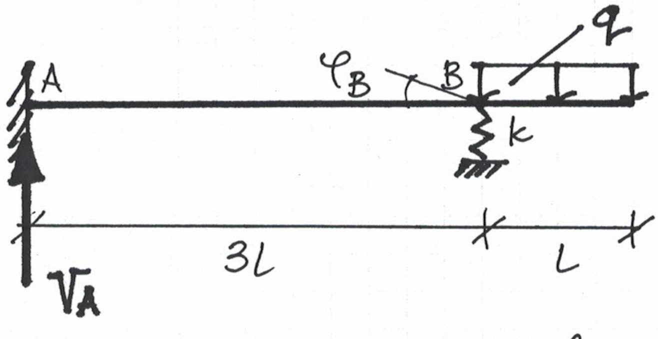
$$EJ = \text{const}.$$

Zadanie 3.

Opisz kolejne etapy rozumowania prowadzącego do rozwiązania zadania 2 na podstawie równania różniczkowego funkcji ugięcia belki.



rys. 1

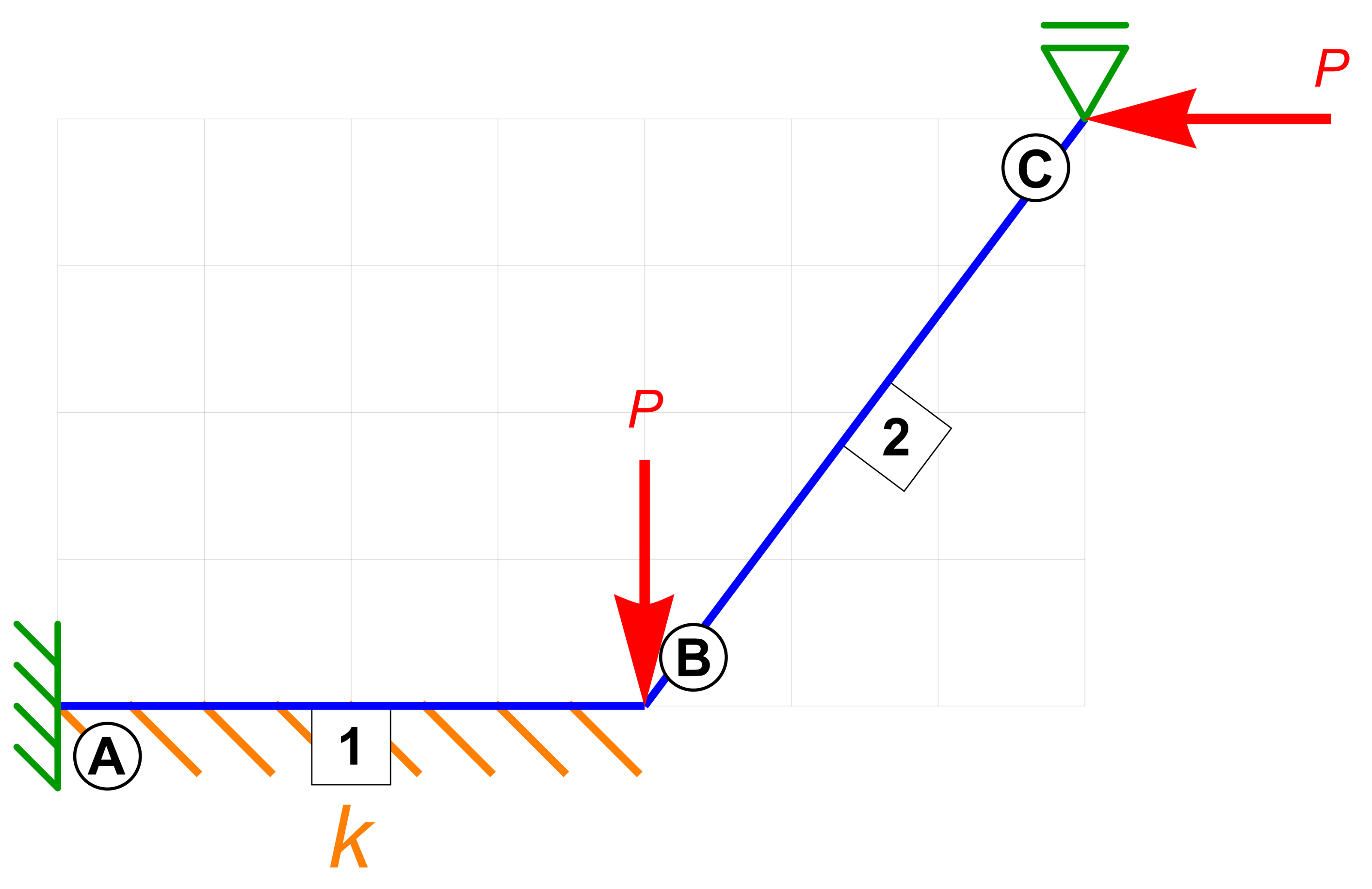


rys. 2

Egzamin MK IPB/BZ stac. 17.06.19, Zadanie 1

Obliczyć siły podłużne w konstrukcji

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $k = \frac{64}{625}\frac{EJ}{l^4}$):



Parametry λ w prętach:

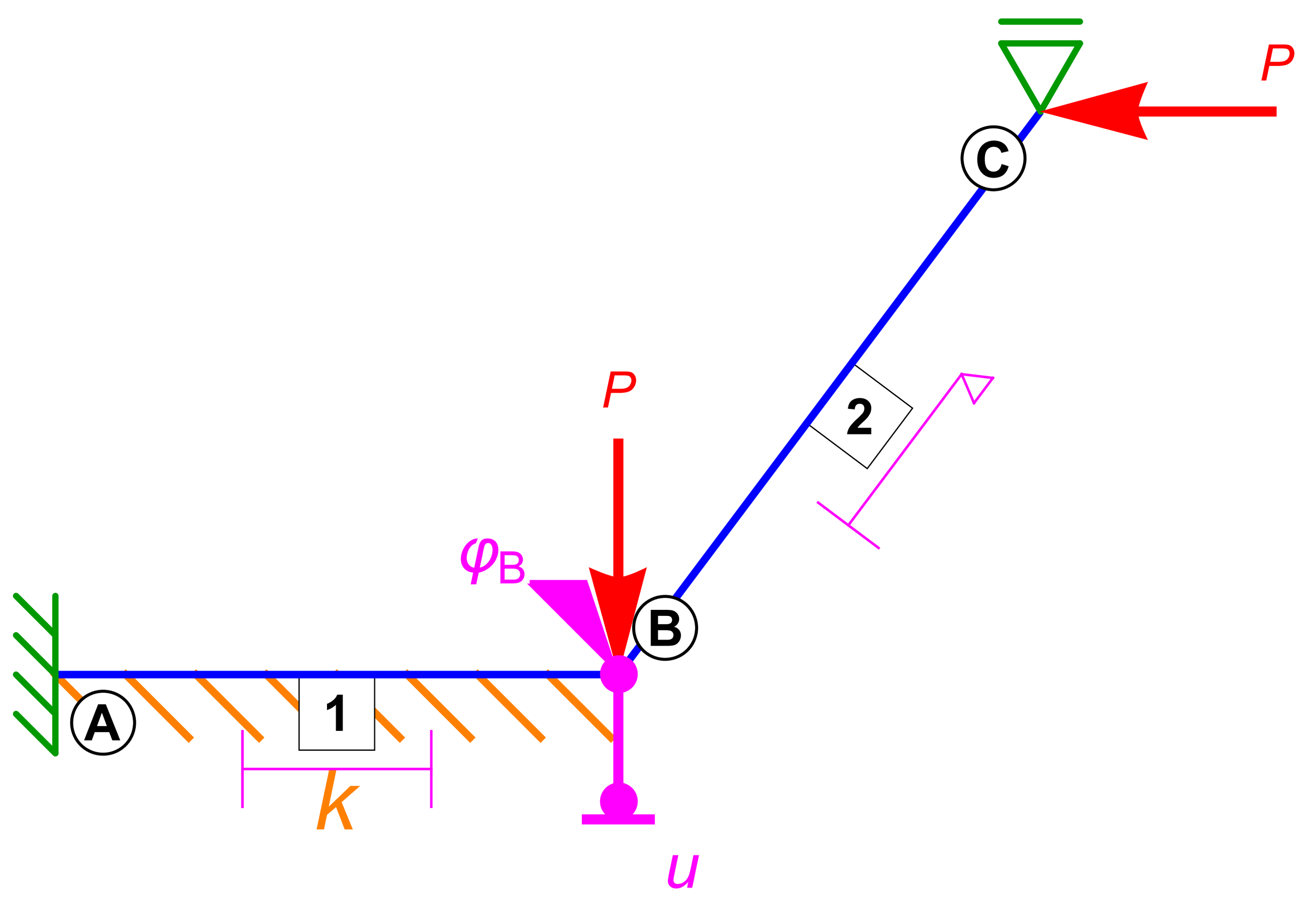
$\lambda^{(1)} = \frac{8}{5}$

$\lambda^{(2)} = 0$

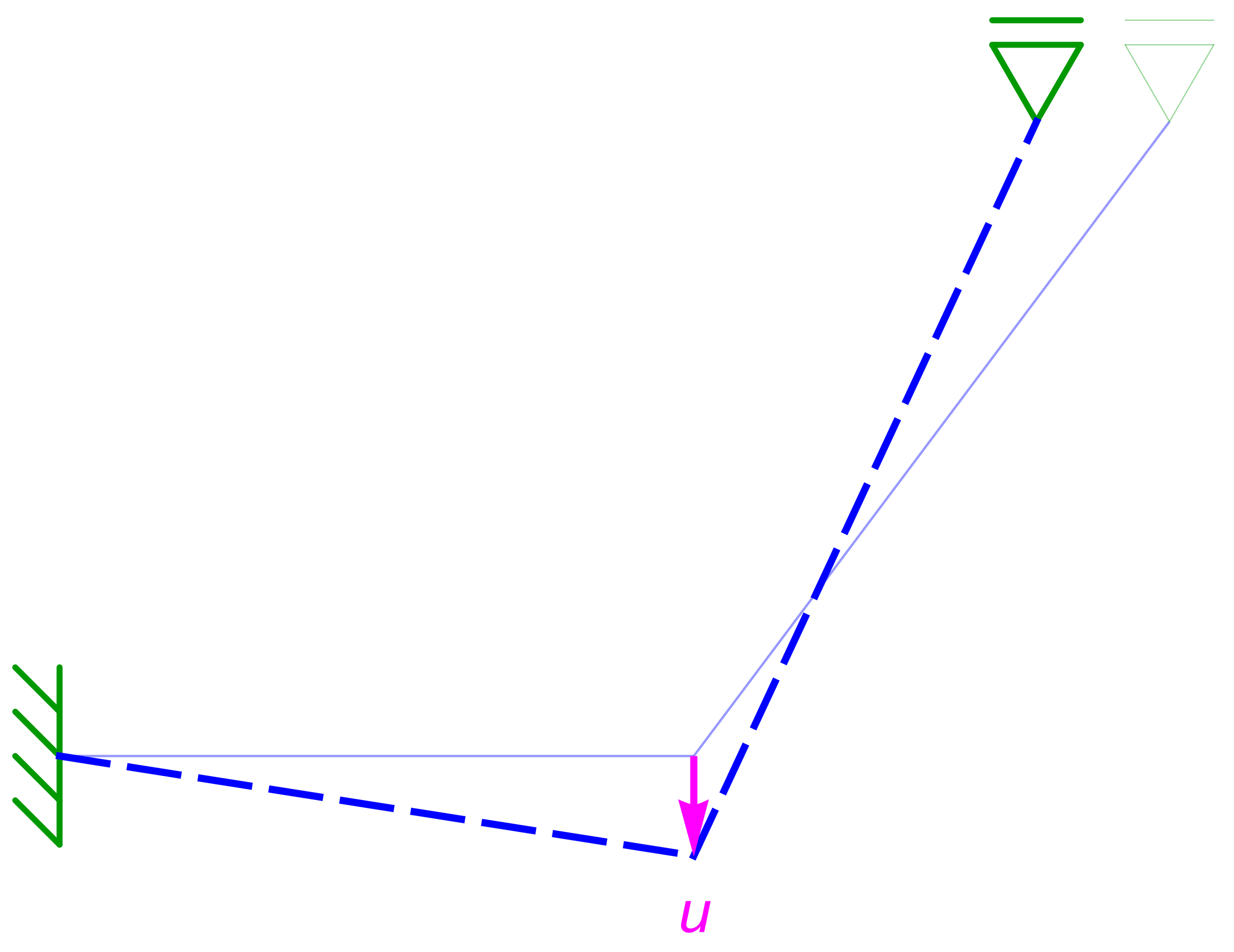
Wektor niewiadomych:

$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix}$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^k	w_k^k	u^k
Pręt 1 :	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = u$	$u^1 = 0$
Pręt 2 :	$w_B^2 = \frac{3}{5} u$	$w_C^2 = -\frac{16}{15} u$	$u^2 = -\frac{4}{5} u$

W konstrukcji nie występują wyjściowe siły brzegowe.

Wzory transformacyjne:

$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{1}{4} \alpha\left(\frac{8}{5}\right) \varphi_B - \frac{1}{16} \vartheta\left(\frac{8}{5}\right) \frac{u}{l} \right] = \frac{EJ}{l} \left[1.060\, \varphi_B - 0.458 \frac{u}{l} \right]$

$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l} \left[\frac{3}{5} \varphi_B + \left\{ \frac{9}{125} + \frac{16}{125} \right\} \frac{u}{l} \right] = \frac{EJ}{l} \left[\frac{3}{5} \varphi_B + \frac{1}{5} \frac{u}{l} \right]$

$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2} \left[-\frac{1}{16} \vartheta\left(\frac{8}{5}\right) \varphi_B + \frac{1}{64} \gamma\left(\frac{8}{5}\right) \frac{u}{l} \right] = \frac{EJ}{l^2} \left[-0.458\, \varphi_B + 0.336 \frac{u}{l} \right]$

$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2} \left[\frac{3}{25} \varphi_B + \left\{ \frac{9}{625} + \frac{16}{625} \right\} \frac{u}{l} \right] = \frac{EJ}{l^2} \left[\frac{3}{25} \varphi_B + \frac{1}{25} \frac{u}{l} \right]$

$W_C^2 = \frac{EJ}{l^2} \left[-\frac{3}{25} \varphi_B + \left\{ -\frac{9}{625} - \frac{16}{625} \right\} \frac{u}{l} \right] = \frac{EJ}{l^2} \left[-\frac{3}{25} \varphi_B - \frac{1}{25} \frac{u}{l} \right]$

Równania równowagi:

$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$

$-W_B^1 \cdot \bar{u} - W_B^2 \cdot \frac{3}{5} \bar{u} - W_C^2 \cdot \left(-\frac{16}{15} \bar{u}\right) + P \cdot \bar{u} + P \cdot \frac{4}{3} \bar{u} = \bar{0}$

$$\frac{EJ}{l} \begin{pmatrix} 1.660 & -0.258 \\ -0.258 & 0.403 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = l\, P \begin{pmatrix} 0 \\ 2.333 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = \frac{l^2 P}{EJ} \begin{pmatrix} 0.999 \\ 6.436 \end{pmatrix}$$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = -1.651\, l\, P$

$\Phi_B^1 = -1.887\, l\, P$

$\Phi_B^2 = 1.887\, l\, P$

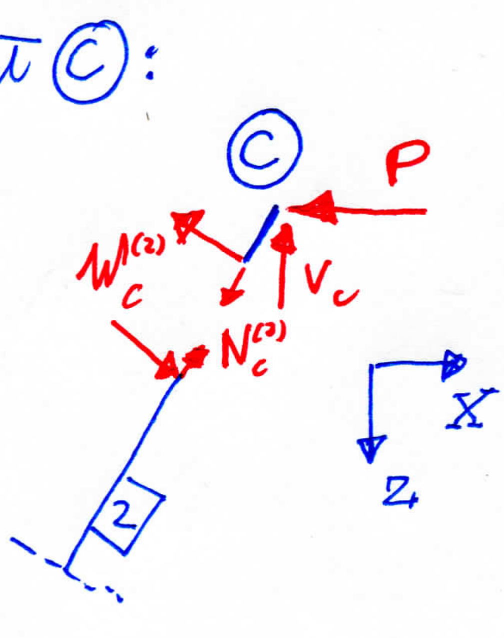
$W_A^1 = -0.562\, P$

$W_B^1 = 1.704\, P$

$W_B^2 = 0.377\, P$

$W_C^2 = -0.377\, P$

Węzeł C:

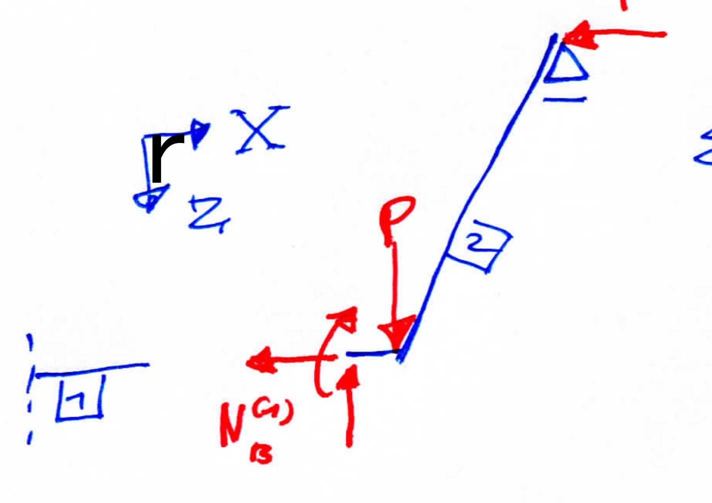


R.R węzła C w kierunku poziomym:

$\Sigma X: -P - \frac{4}{5} W_C^{(2)} - \frac{3}{5} N_C^{(2)} = 0 \Rightarrow$

$\boxed{N^{(2)} = N_C^{(2)} = -\frac{5}{3} P - \frac{4}{3} W_C^{(2)} = -1{,}164\, P}$.

Prawa strona ramy:



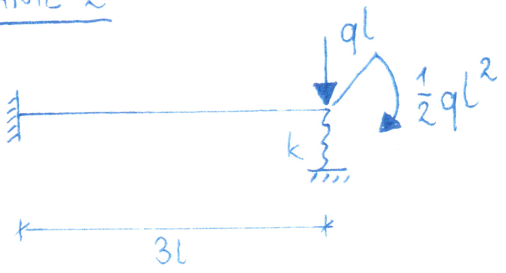
R.R. odciętej części w kierunku poziomym:

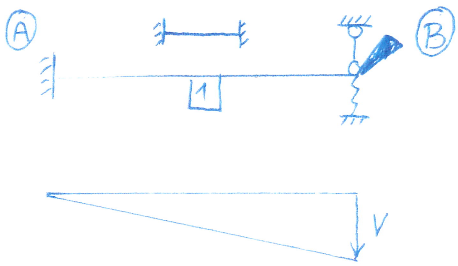
$\Sigma X: -N_B^{(1)} - P = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{N_B^{(1)} = N^{(1)} = -P}$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

ZADANIE 2





$$q = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{V}{l} \end{bmatrix}$$

1) $\Phi_B^1 - \frac{1}{2}ql^2 = 0$

2) $W_B^1 \cdot \bar{v} - Q_w \cdot \bar{v} - ql \cdot \bar{v} = 0$

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{3l}\left(\alpha(0)\varphi_B - \vartheta(0)\frac{V}{3l}\right) = \frac{EJ}{l}\left(\frac{4}{3}\varphi_B - \frac{2}{3}\frac{V}{l}\right)$$

$$W_B^1 = -\frac{EJ}{(3l)^2}\left(\vartheta(0)\varphi_B - \gamma(0)\frac{V}{3l}\right) = \frac{EJ}{l^2}\left(-\frac{2}{3}\varphi_B + \frac{4}{9}\frac{V}{l}\right)$$

$$Q_w = k\cdot(-v) = -kv = \frac{EJ}{l^2}\left(-\tau\frac{v}{l}\right)$$

Szukamy takiego k, że $\varphi_B = \frac{ql^3}{EJ}$, zatem z 1):

$$\frac{EJ}{l}\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{ql^3}{EJ} - \frac{2}{3}\frac{V}{l}\right) = \frac{1}{2}ql^2 \Rightarrow \boxed{\frac{V}{l} = \frac{5}{4}\frac{ql^3}{EJ}}$$

Podstawmy do 2):

$$\frac{EJ}{l^2}\left(-\frac{2}{3}\cdot\frac{ql^3}{EJ} + \left(\frac{4}{9}+\tau\right)\cdot\frac{5}{4}\frac{ql^3}{EJ}\right) = ql \Rightarrow \tau = \frac{8}{9} \Rightarrow \boxed{k = \frac{8}{9}\frac{EJ}{l^3}}$$

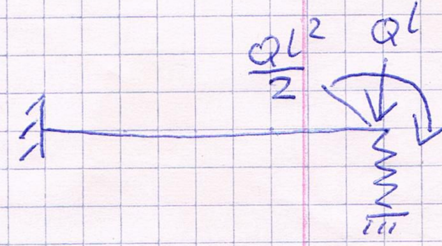
$$V_A = -W_1^1 = -\frac{EJ}{(3l)^2}\left(\delta(0)\varphi_B - \varepsilon(0)\frac{V}{3l}\right) = -\frac{EJ}{9l^2}\left(6\cdot\frac{ql^3}{EJ} - 12\cdot\frac{5}{3\cdot 4}\frac{ql^3}{EJ}\right)$$

$$\boxed{V_A = -\frac{1}{9}ql}$$

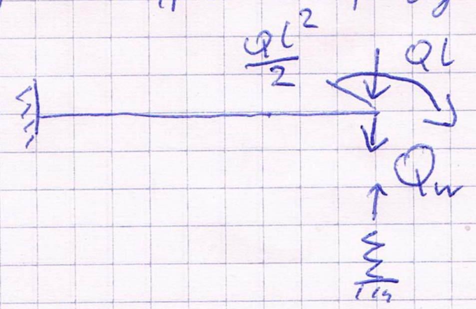
Egzamin z MK 3 (IPB) 17.06.2019

Zadanie 3

1) Redukcja części statycznie wyznaczalnej:



2) Zastąpienie sprężyny siłą:



$$Q_w = \ominus k\, w(3l)$$

3) Funkcja ugięcia, kąta obrotu, momentu i sił tnących:

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

$$\varphi(x) = \frac{dw(x)}{dx} = C_1 + 2C_2 x + 3C_3 x^2$$

$$M(x) = \ominus EJ \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \ominus EJ (2C_2 + 6C_3 x)$$

$$T(x) = \ominus EJ \frac{d^3 w(x)}{dx^3} = \ominus EJ (6C_3)$$

4) Z warunków brzegowych wyznaczamy C_0, C_1, C_2, C_3 zależne od k:

$w(0) = 0$ $\qquad$ $M(3l) = \ominus \frac{ql^2}{2}$

$\varphi(0) = 0$ $\qquad$ $T(3l) = ql \ominus k\, w(3l)$

5) Z warunku $\varphi(0) = \frac{ql^3}{EJ}$ wyznaczamy k

6) Podstawiamy k, $V_A = T(0)$