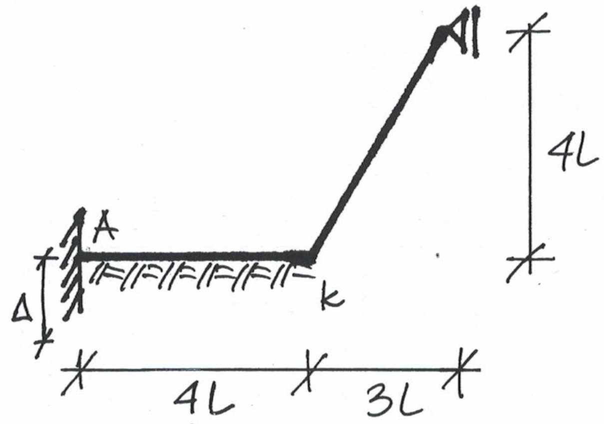
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 16.06.2019
studia niestacjonarne

NAZWISKO, Imię			
nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu pisemnego

Zadanie 1.
Oblicz reakcje podpór konstrukcji z rys.1 spowodowane obniżeniem podpory A.

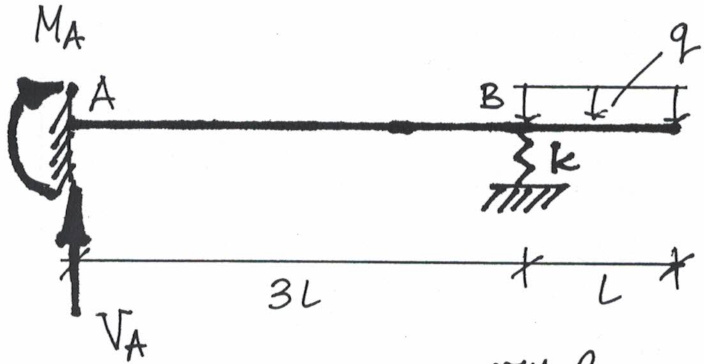
$$EJ = \text{const.}\ , \ k = 0.25\frac{EJ}{l^4}\ .$$



rys. 1.

Zadanie 2.
Oblicz wartość k taką, że moment $M_A(k) = 0$ w belce z rys. 2.
Następnie oblicz $V_A(k)$.
$EJ = \text{const.}$

Zadanie 3.
Opisz kolejne etapy rozumowania prowadzącego do wyznaczenia funkcji ugięcia odcinka AB belki z rys. 2.

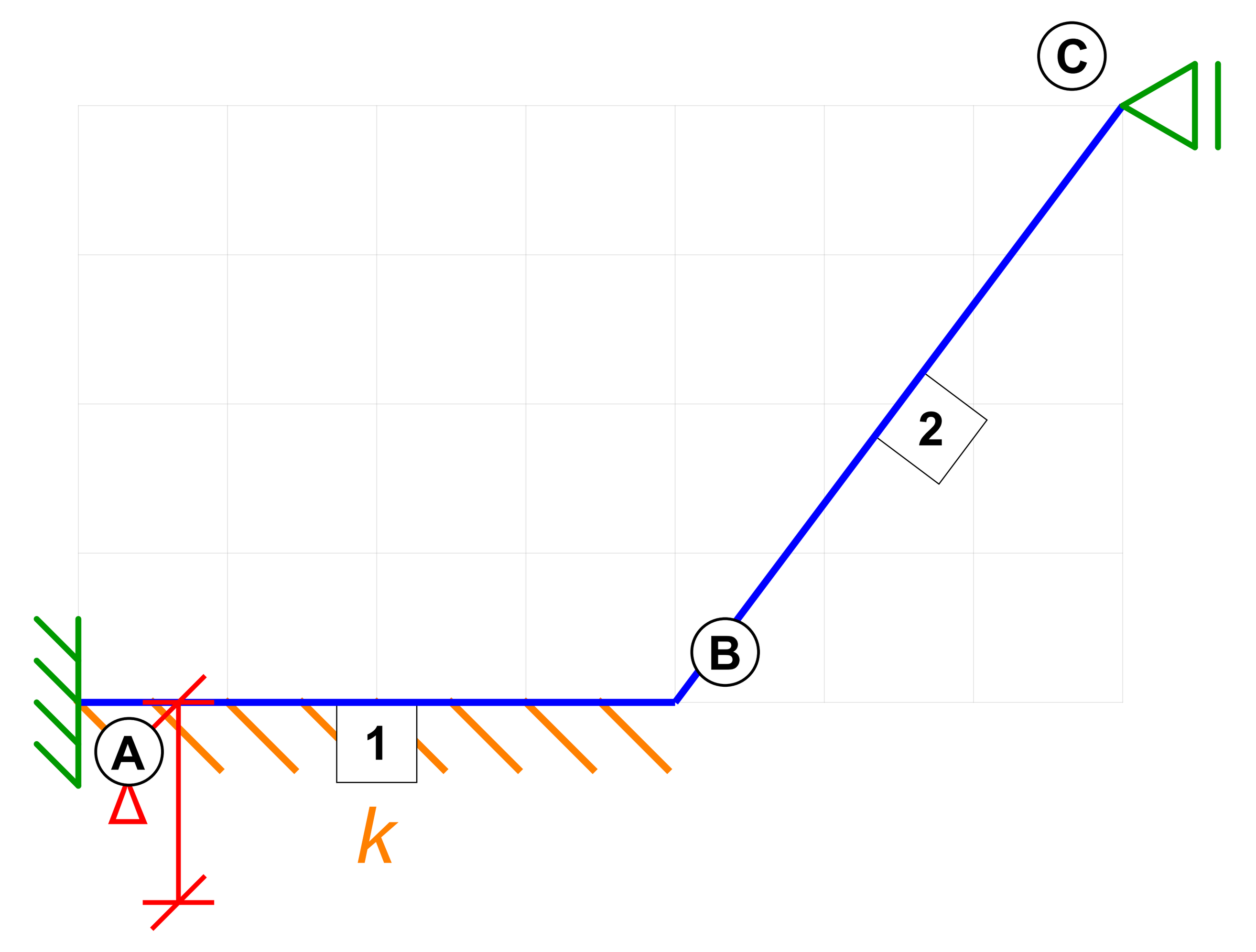


rys. 2.

Egzamin MK IPB/BZ nstac. 16.06.19, Zadanie 1

Obliczyć reakcje podpór w konstrukcji.

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – l, $k = \frac{1}{4}\frac{EJ}{l^4}$):



Parametry λ w prętach:

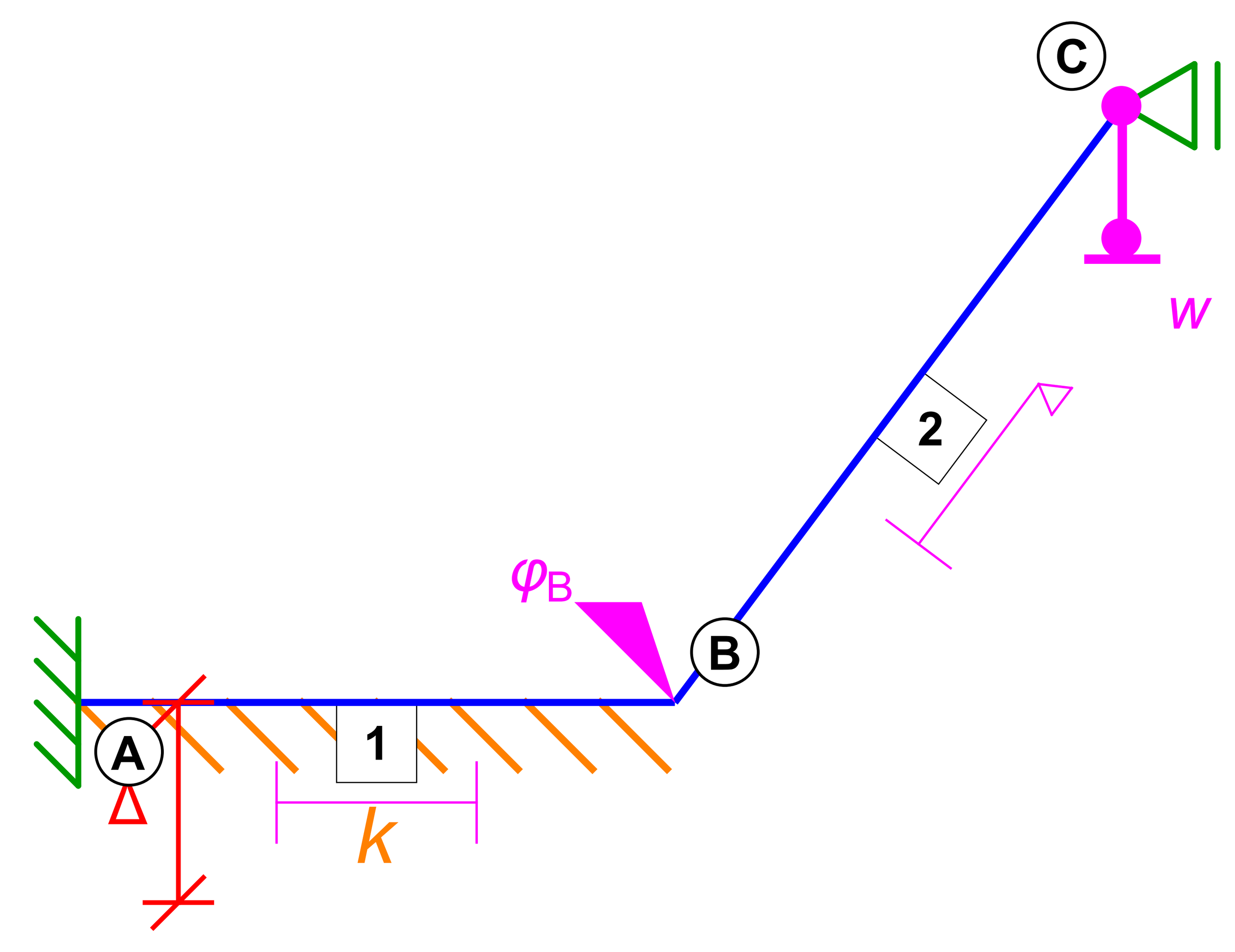
$\lambda^{(1)} = 2$

$\lambda^{(2)} = 0$

Wektor niewiadomych:

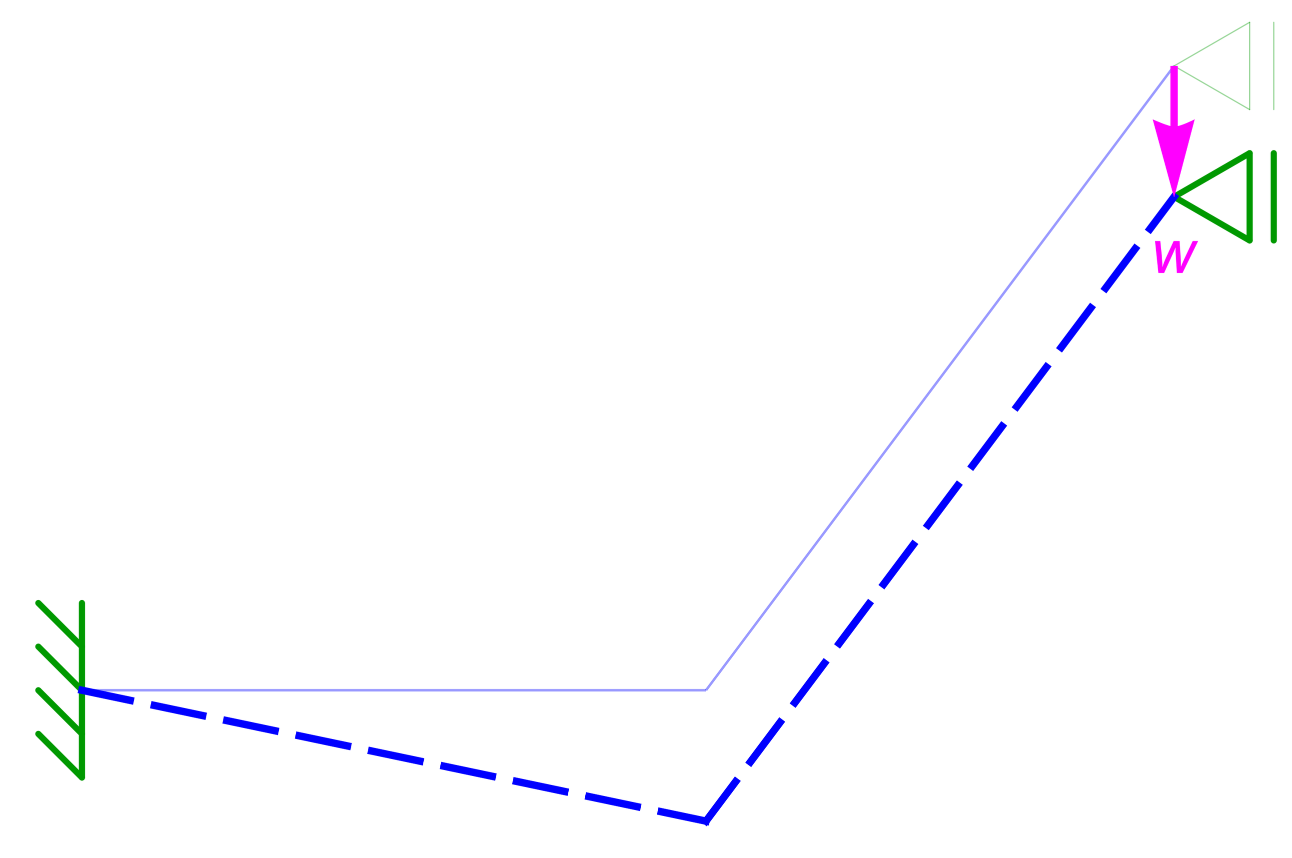
$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{w}{l} \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



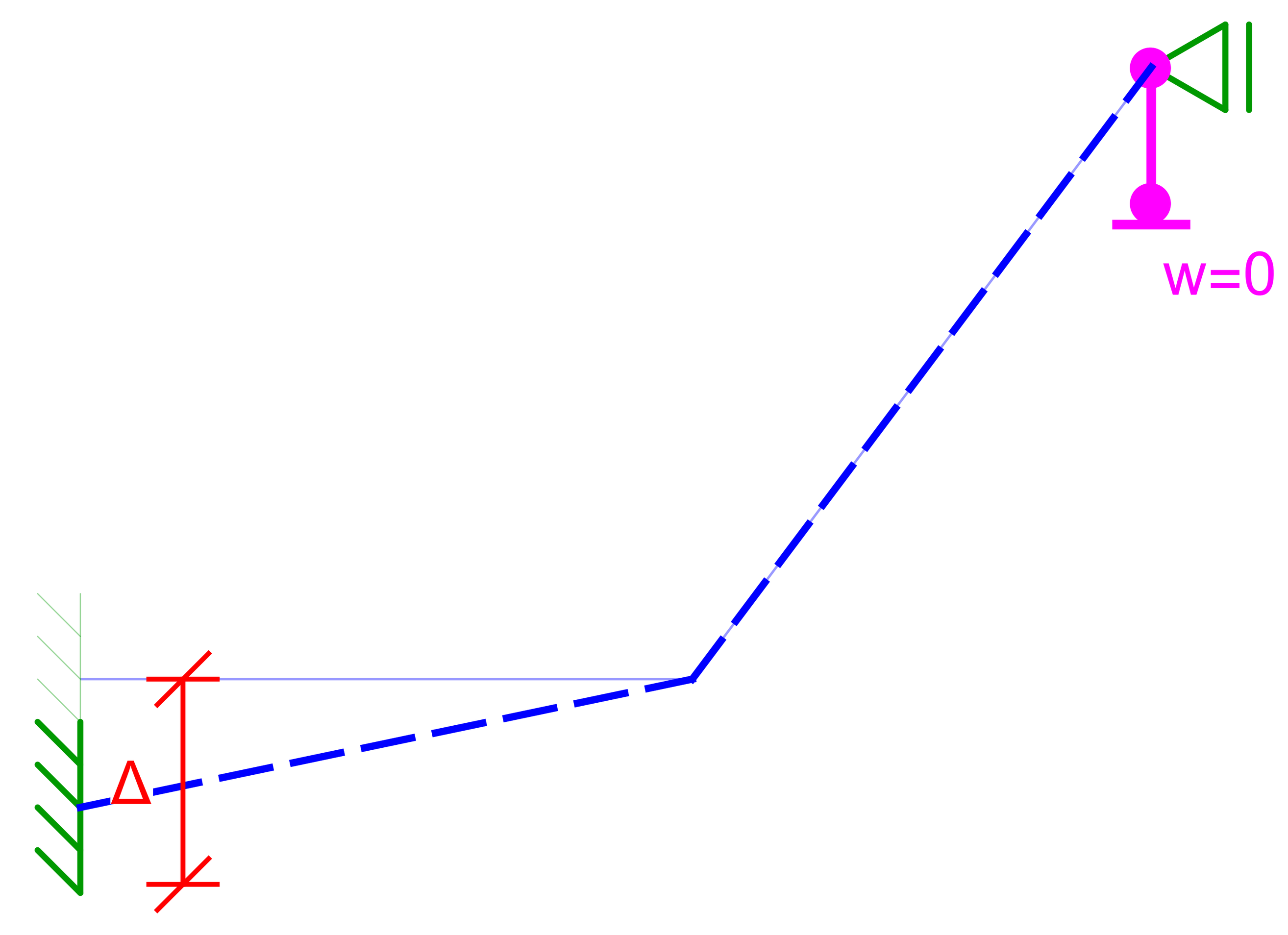
Plany przemieszczeń:

- plan przemieszczeń w:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1:	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = w$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = \frac{3}{5}w$	$w_C^2 = \frac{3}{5}w$	$u^2 = -\frac{4}{5}w$

Wyjściowy plan przemieszczeń spowodowany przez obciążenia pozastatyczne w UGW:



Ostateczny plan przemieszczeń:

	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1:	$w_A^1 = \Delta$	$w_B^1 = w$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = \frac{3}{5}w$	$w_C^2 = \frac{3}{5}w$	$u^2 = -\frac{4}{5}w$

Siły brzegowe wyjściowe:

$\Phi_B^{01} = 0.268\ \frac{EJ\Delta}{l^2}$

$W_A^{01} = 0.538\ \frac{EJ\Delta}{l^3}$

$W_B^{01} = -0.078\ \frac{EJ\Delta}{l^3}$

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{1}{4}\alpha(2)\,\varphi_B - \frac{1}{16}\vartheta(2)\,\frac{w}{l}\right] + 0.268\,\frac{EJ\Delta}{l^2} = \frac{EJ}{l}\left[1.138\,\varphi_B - 0.567\,\frac{w}{l}\right] + 0.268\,\frac{EJ\Delta}{l^2}$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l}\left[\frac{3}{5}\varphi_B + \left\{\frac{9}{125} - \frac{9}{125}\right\}\frac{w}{l}\right]$$

$$W_A^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{1}{16}\delta(2)\,\varphi_B - \frac{1}{64}\varepsilon(2)\,\frac{w}{l}\right] + 0.538\,\frac{EJ\Delta}{l^3} = \frac{EJ}{l^2}\left[0.268\,\varphi_B - 0.078\,\frac{w}{l}\right] + 0.538\,\frac{EJ\Delta}{l^3}$$

$$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{1}{16}\vartheta(2)\,\varphi_B + \frac{1}{64}\gamma(2)\,\frac{w}{l}\right] - 0.078\,\frac{EJ\Delta}{l^3} = \frac{EJ}{l^2}\left[-0.567\,\varphi_B + 0.538\,\frac{w}{l}\right] - 0.078\,\frac{EJ\Delta}{l^3}$$

$$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\frac{3}{25}\varphi_B + \left\{\frac{9}{625} - \frac{9}{625}\right\}\frac{w}{l}\right]$$

$$W_C^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\frac{3}{25}\varphi_B + \left\{-\frac{9}{625} + \frac{9}{625}\right\}\frac{w}{l}\right]$$

Równania równowagi:

$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 = 0$

$-W_B^1\cdot\overline{w} - W_B^2\cdot\frac{3}{5}\overline{w} - W_C^2\cdot\frac{3}{5}\overline{w} = \overline{0}$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 1.738 & -0.567 \\ -0.567 & 0.538 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{w}{l} \end{pmatrix} = \frac{EJ\Delta}{l^2}\begin{pmatrix} -0.268 \\ 0.078 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{w}{l} \end{pmatrix} = \frac{\Delta}{l}\begin{pmatrix} -0.163 \\ -0.028 \end{pmatrix}$$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = 0.509\ \frac{EJ\Delta}{l^2}$

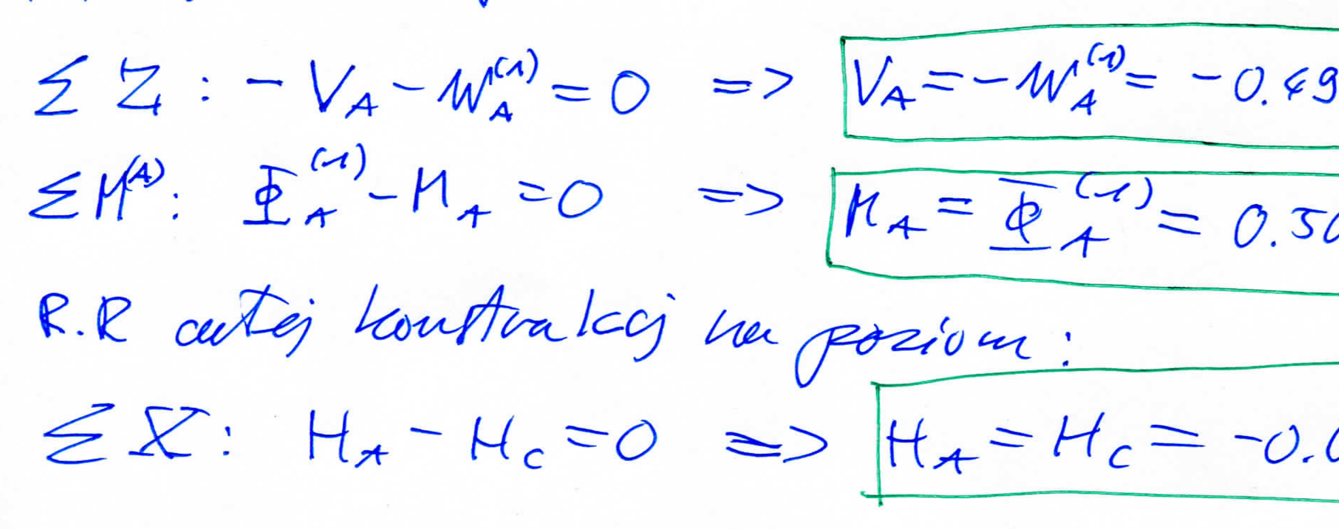
$\Phi_B^1 = 0.098\ \frac{EJ\Delta}{l^2}$

$\Phi_B^2 = -0.098\ \frac{EJ\Delta}{l^2}$

$W_A^1 = 0.497\ \frac{EJ\Delta}{l^3}$

$W_B^2 = -0.020\ \frac{EJ\Delta}{l^3}$

$W_C^2 = 0.020\ \frac{EJ\Delta}{l^3}$



R.R węzła (C) na kierunek z układu lokalnego pręta [2]:

$\Sigma z: -W_c^{(2)} - \frac{4}{5}H_c = 0 \implies \boxed{H_c = -\frac{5}{4}W_c^{(2)} = -0.024\,\frac{EJ\Delta}{l^3}}$

R.R węzła (A) na pion i obrót:

$\Sigma Z: -V_A - W_A^{(1)} = 0 \implies \boxed{V_A = -W_A^{(1)} = -0.497\,\frac{EJ\Delta}{l^3}}$

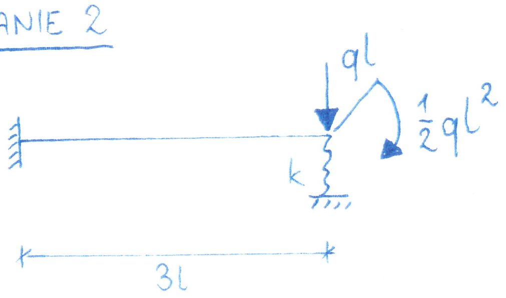
$\Sigma M^{(A)}: \Phi_A^{(1)} - M_A = 0 \implies \boxed{M_A = \Phi_A^{(1)} = 0.509\,\frac{EJ\Delta}{l^2}}$

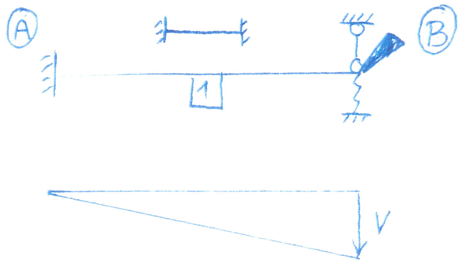
R.R całej konstrukcji na poziom:

$\Sigma X: H_A - H_c = 0 \implies \boxed{H_A = H_c = -0.024\,\frac{EJ\Delta}{l^3}}$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

ZADANIE 2





$$q_1 = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{V}{l} \end{bmatrix}$$

1) $\Phi_B^1 - \frac{1}{2} q l^2 = 0$

2) $W_B^1 \cdot \bar{v} - Q_w \cdot \bar{v} - ql \cdot \bar{v} = 0$

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{3l}\left(\alpha(0)\varphi_B - \vartheta(0)\frac{V}{3l}\right) = \frac{EJ}{l}\left(\frac{4}{3}\varphi_B - \frac{2}{3}\frac{V}{l}\right)$$

$$W_B^1 = -\frac{EJ}{(3l)^2}\left(\vartheta(0)\varphi_B - \gamma(0)\frac{V}{3l}\right) = \frac{EJ}{l^2}\left(-\frac{2}{3}\varphi_B + \frac{4}{9}\frac{V}{l}\right)$$

$$Q_w = k\cdot(-v) = -kv = \frac{EJ}{l^2}\left(-\tau\frac{V}{l}\right)$$

Szukamy takiego k, że: $M_A = \Phi_A^1 = 0$

$$\Phi_A^1 = \frac{EJ}{3l}\left(\beta(0)\varphi_B - \delta(0)\frac{V}{3l}\right) = \frac{EJ}{l}\left(\frac{2}{3}\varphi_B - \frac{2}{3}\frac{V}{l}\right) = 0 \Rightarrow \frac{V}{l} = \varphi_B$$

Podstawmy do 1):

$$\frac{EJ}{l}\left(\frac{4}{3}\varphi_B - \frac{2}{3}\varphi_B\right) - \frac{1}{2}ql^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\varphi_B = \frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ}} \Rightarrow \boxed{\frac{V}{l} = \frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ}}$$

Podstawmy do 2):

$$\frac{EJ}{l^2}\left(-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ} + \frac{4}{9}\cdot\frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ} + \tau\frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ}\right) - ql = 0 \Rightarrow \tau = \frac{14}{9} \Rightarrow \boxed{k = \frac{14}{9}\frac{EJ}{l^3}}$$

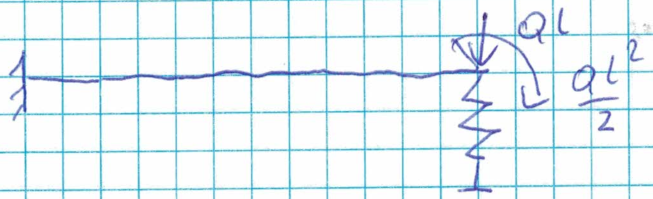
$$V_A = -W_1^1 = -\frac{EJ}{(3l)^2}\left(\delta(0)\varphi_B - \varepsilon(0)\frac{V}{3l}\right) = -\frac{EJ}{9l^2}\left(6\cdot\frac{3}{4}\frac{ql^3}{EJ} - 12\cdot\frac{3}{3\cdot 4}\frac{ql^3}{EJ}\right)$$

$$\boxed{V_A = -\frac{1}{6}ql}$$

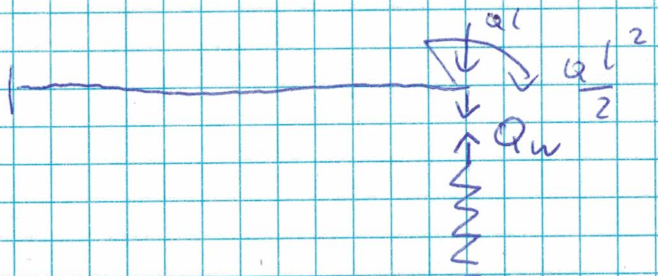
Egzamin z MK3 (IPB) 16.06.2019r.

Zadanie 3

1) Redukcja części statycznie wyznaczalnej:



2) Zastąpienie sprężyny siłą:



$$Q_w = -k\, w(3l)$$

3) Funkcje ugięcia, kąta obrotu, momentu i sił tnących:

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 .$$

$$\varphi(x) = \frac{dw(x)}{dx} = C_1 + 2C_2 x + 3C_3 x^3$$

$$M(x) = \ominus EJ \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \ominus EJ(2C_2 + 6C_3 x)$$

$$T(x) = \ominus EJ \frac{d^3 w(x)}{dx^3} = \ominus EJ(6C_3)$$

4) Warunki brzegowe:

$w(0) = 0$ $\qquad$ $M(3l) = \ominus \frac{ql^2}{2}$

$\varphi(0) = 0$ $\qquad$ $T(3l) = ql \ominus k\, w(3l)$

5) Podstawiamy funkcje do warunków brzegowych

i wyznaczamy C_0, C_1, C_2, C_3.

S. Gradziejczyk