

**Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 23.06.2018**  
**studia niestacjonarne**

NAZWISKO, Imię				
rok akademicki zaliczenia ćwiczeń	nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)	
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu	ocena łączna

**Zadanie 1.**

$EJ = const., \quad k = 0,1024 \frac{EJ}{l^4}$

Oblicz siły podłużne w prętach ramy z rys. 1.

**Zadanie 2.**

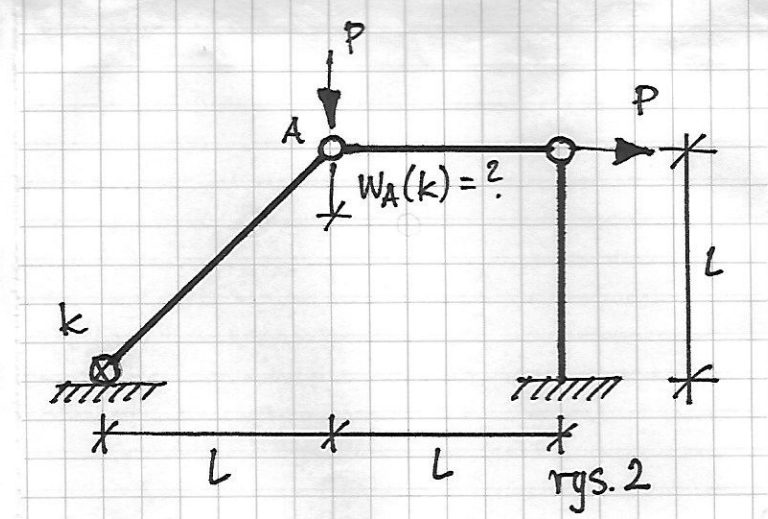
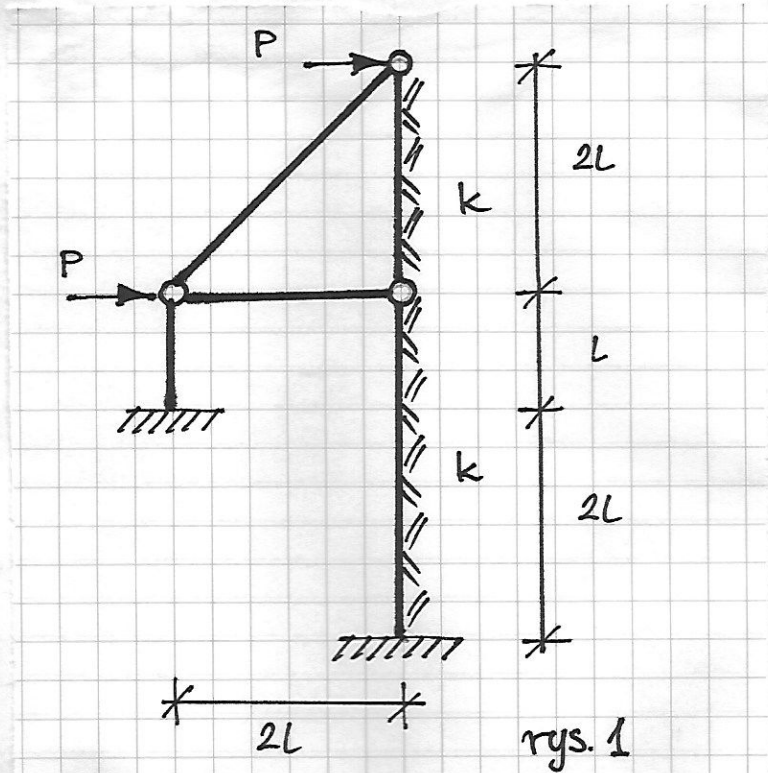
$EJ = const.$

Oblicz wartość  $w_A(k)$  w ramie z rys. 2

dla  $k = \frac{EJ}{l}, k = 5 \frac{EJ}{l}, k = 20 \frac{EJ}{l}, k = +\infty$

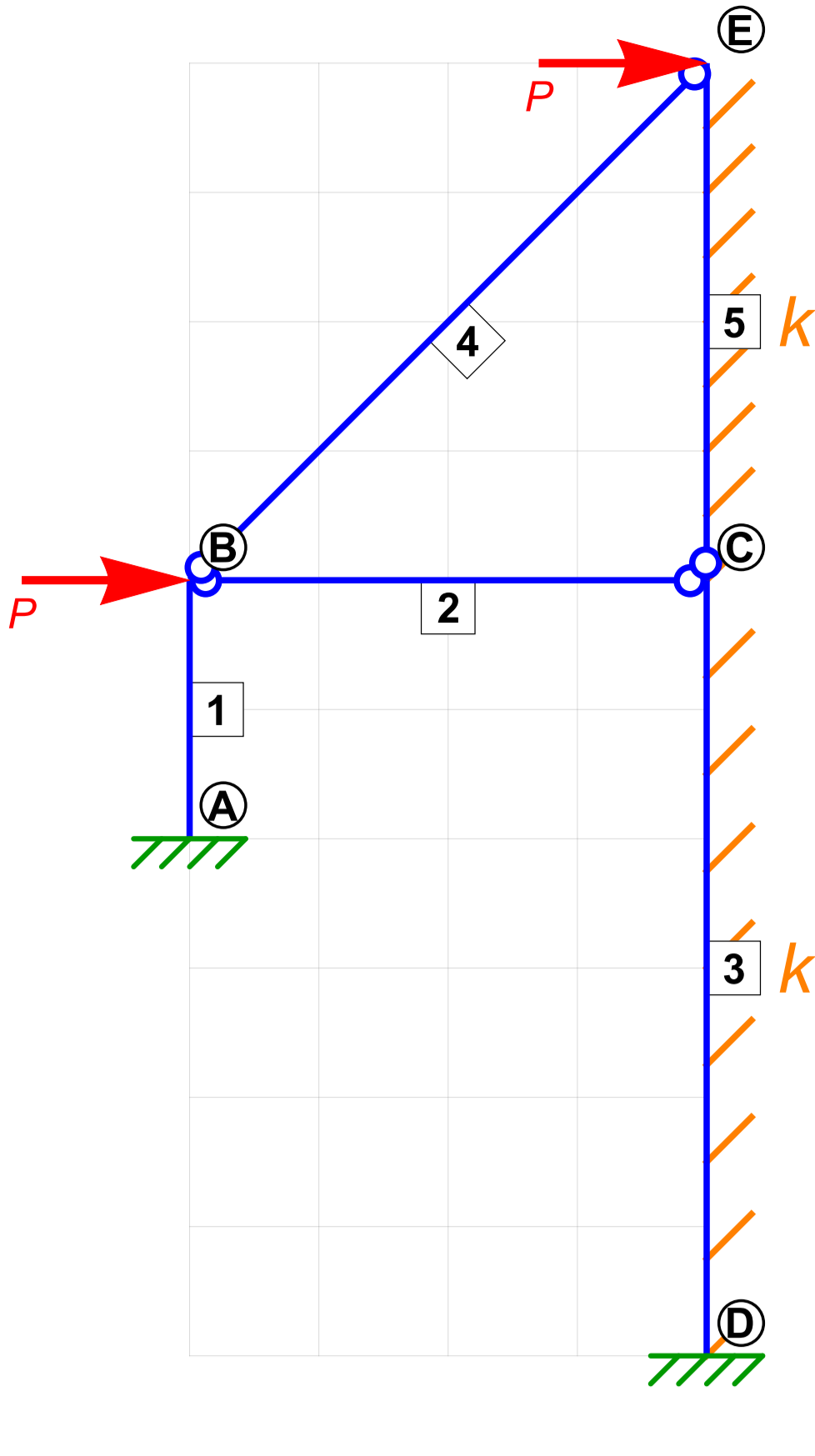
**Zadanie 3.**

Wyprowadź wzór transformacyjny określający moment przywęzłowy w pręcie podpartym według schematu IIa (patrz na odwrocie) metodą kondensacji statycznej ugięcia prawego węzła w pręcie podpartym według schematu Ia.



Obliczyć siły podłużne w konstrukcji

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki -  $\frac{1}{2}$ ,  $k = \frac{64}{625} \frac{EJ}{l^4}$ ):



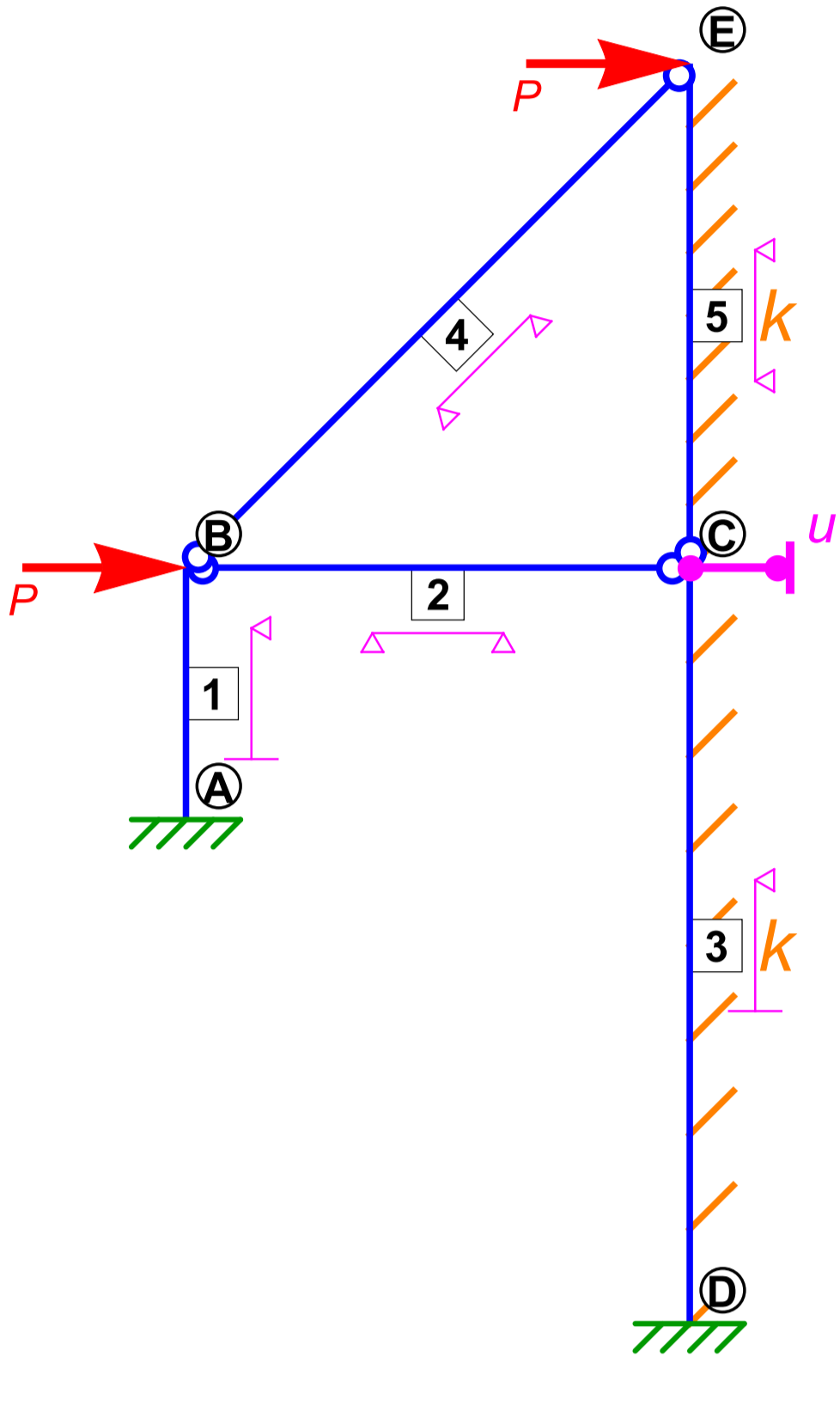
Parametry  $\lambda$  w prętach:

- $\lambda^{(1)} = 0$
- $\lambda^{(2)} = 0$
- $\lambda^{(3)} = \frac{6}{5}$
- $\lambda^{(4)} = 0$
- $\lambda^{(5)} = \frac{4}{5}$

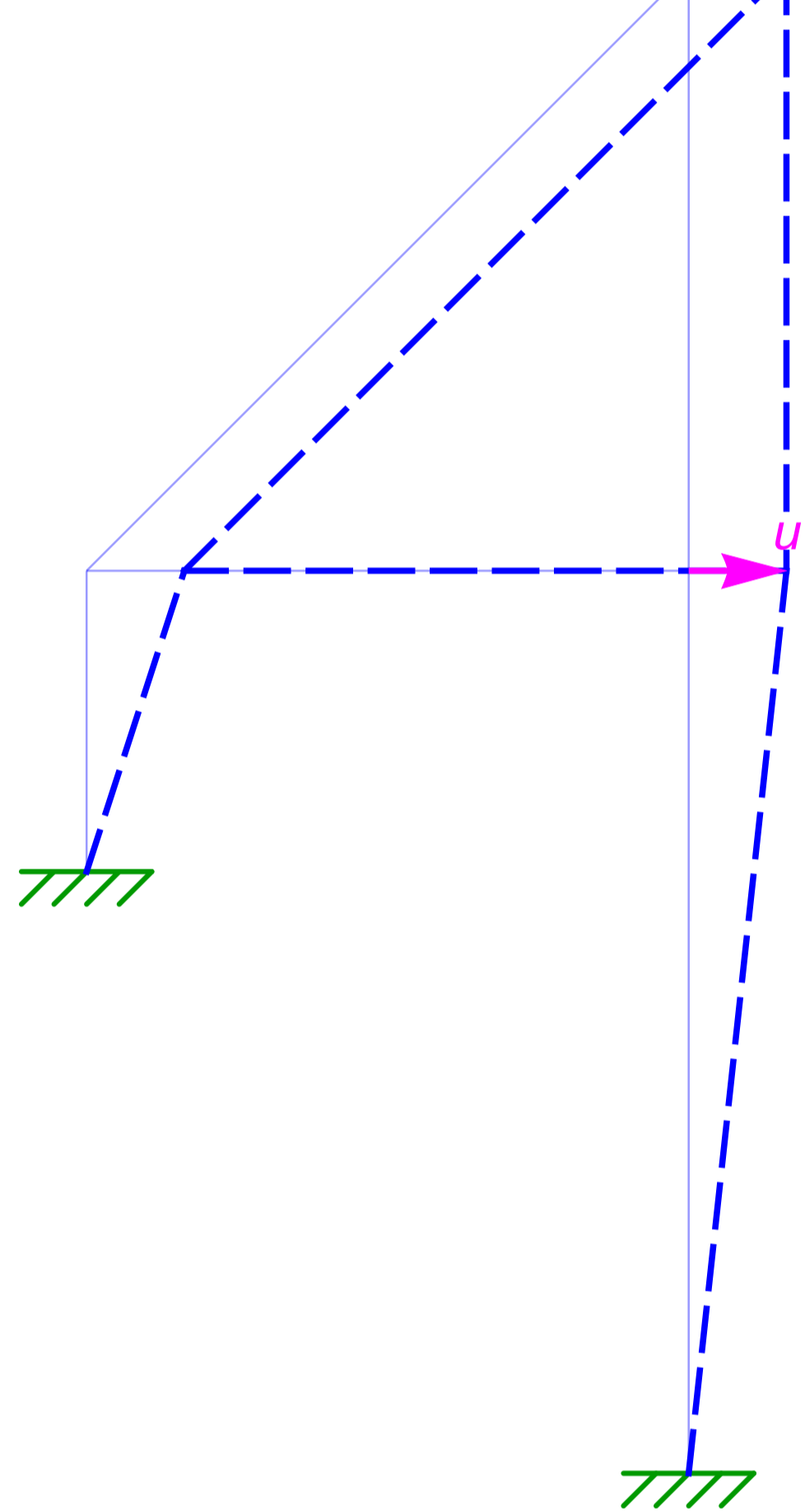
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} u \\ 1 \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	$w_k^K$	$w_k^K$	$u^K$
Pręt 1:	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = u$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = 0$	$w_C^2 = 0$	$u^2 = u$
Pręt 3:	$w_D^3 = 0$	$w_C^3 = u$	$u^3 = 0$
Pręt 4:	$w_B^4 = \frac{1}{\sqrt{2}} u$	$w_E^4 = \frac{1}{\sqrt{2}} u$	$u^4 = \frac{1}{\sqrt{2}} u$
Pręt 5:	$w_C^5 = u$	$w_E^5 = u$	$u^5 = 0$

W konstrukcji nie występują wyjściowe siły brzegowe.

Wzory transformacyjne:

$$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} 3 \\ u \end{bmatrix}$$

$$W_C^3 = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{27} \chi'(\frac{6}{5}) & \frac{u}{1} \end{bmatrix} = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} 0.182 \\ u \end{bmatrix}$$

$$W_B^4 = 0$$

$$W_E^4 = 0$$

$$W_C^5 = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} \{ \frac{1}{8} \gamma''''(\frac{4}{5}) - \frac{1}{8} \epsilon''''(\frac{4}{5}) \} & \frac{u}{1} \end{bmatrix} = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} 0.101 \\ u \end{bmatrix}$$

$$W_E^5 = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} \{ -\frac{1}{8} \epsilon''''(\frac{4}{5}) + \frac{1}{8} \gamma''''(\frac{4}{5}) \} & \frac{u}{1} \end{bmatrix} = \frac{EJ}{l^2} \begin{bmatrix} 0.101 \\ u \end{bmatrix}$$

Równania równowagi:

$$-W_B^1 \cdot \bar{u} - W_C^3 \cdot \bar{u} - W_B^4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u} - W_E^4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u} - W_C^5 \cdot \bar{u} - W_E^5 \cdot \bar{u} + P \cdot \bar{u} + P \cdot \bar{u} = 0$$

$$\frac{EJ}{l^2} (3.384) \left( \frac{u}{1} \right) = 1P (2.000)$$

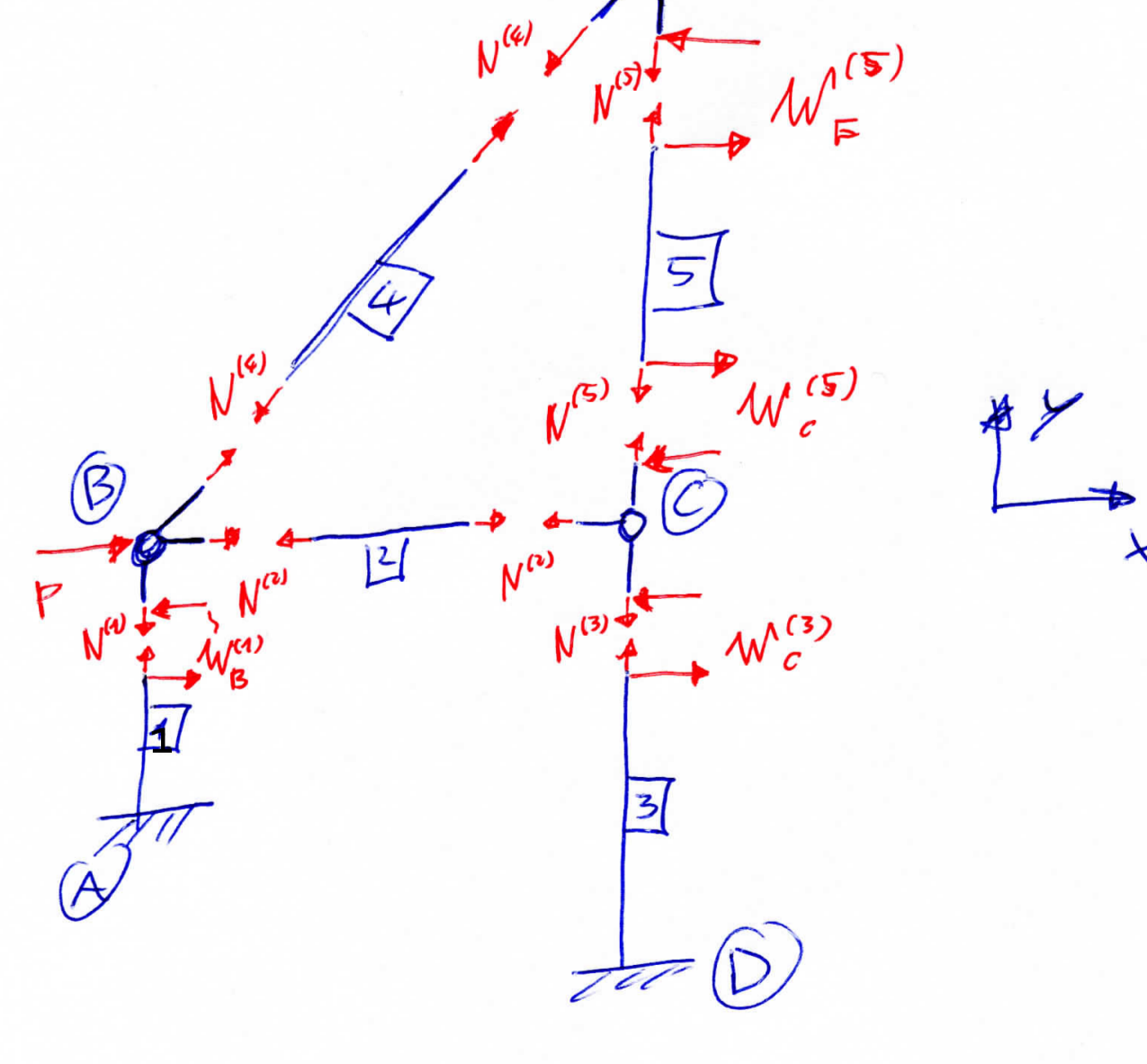
Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} u \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{l^2 P}{EJ} (0.591)$$

Siły brzegowe:

- $\Phi_A^1 = -1.7731 P$
- $\Phi_D^3 = -0.1761 P$
- $W_A^1 = -1.773 P$
- $W_B^1 = 1.773 P$
- $W_D^3 = -0.041 P$
- $W_C^3 = 0.108 P$
- $W_E^4 = 0.060 P$
- $W_E^5 = 0.060 P$

Siły działające na pręty i węzły:



RR węzła (E):

$$\sum x: P - \frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} - W_E^{(5)} = 0 \Rightarrow N^{(4)} = \sqrt{2} P - \sqrt{2} W_E^{(5)} = \sqrt{2} P - \sqrt{2} (0.060 P) = 1.330 P$$

$$\sum y: -\frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} - N^{(5)} = 0 \Rightarrow N^{(5)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} = -\frac{\sqrt{2}}{2} (1.330 P) = -0.940 P$$

RR węzła (B):

$$\sum x: P + \frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} + N^{(2)} - W_B^{(1)} = 0 \Rightarrow N^{(2)} = -P - \frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} + W_B^{(1)} = -P - \frac{\sqrt{2}}{2} (1.330 P) + 1.773 P = -0.167 P$$

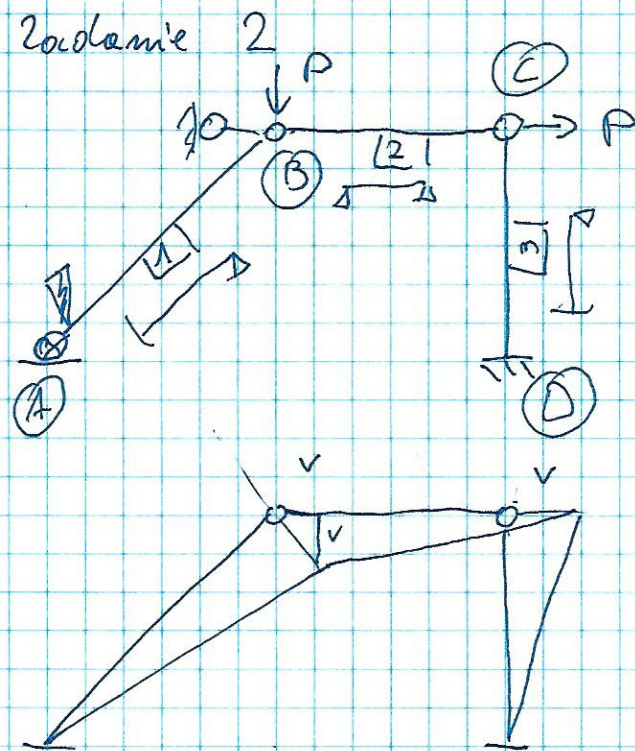
$$\sum y: \frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} - N^{(2)} = 0 \Rightarrow N^{(2)} = \frac{\sqrt{2}}{2} N^{(4)} = \frac{\sqrt{2}}{2} (1.330 P) = 0.940 P$$

RR węzła (C):

$$\sum x: N^{(5)} - N^{(3)} = 0 \Rightarrow N^{(3)} = N^{(5)} = -0.940 P$$



Zadanie 2



$$q_1 = \begin{bmatrix} \varphi_A \\ \frac{v}{L} \end{bmatrix}$$

RR:

$$Q_u + \bar{F}_A^1 = 0$$

$$-(\bar{W}_B^{-1} \sqrt{2} v + \bar{W}_C^3 v) + P_v + P_v = 0$$

$$\bar{F}_A^1 = \frac{EJ}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} \varphi_A - \frac{3\sqrt{2}}{2} \frac{v}{L} \end{bmatrix}$$

$$\bar{W}_B^{-1} = \frac{EJ}{L^2} \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} \varphi_A + \frac{3}{2} \frac{v}{L} \end{bmatrix}$$

$$\bar{W}_C^3 = \frac{EJ}{L^2} \begin{bmatrix} 3 \frac{v}{L} \end{bmatrix}$$

$$Q_u = \varphi_A k = \frac{EJ}{L} \tau \varphi_A$$

Przet	$w^*$	$w^*$	$u$
1	0	$\sqrt{2} v$	0
2	$v$	0	$v$
3	0	$v$	$v$

$$\frac{EJ}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{2}}{2} + \tau & -\frac{3\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{3\sqrt{2}}{2} & \frac{3\sqrt{2}}{2} + 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_A \\ \frac{v}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} P_L$$

$$W_A(\tau) = v = \frac{2}{3} \frac{(3\sqrt{2} + 2\tau)}{(3\sqrt{2} + (2 + \sqrt{2})\tau)} \frac{P L^3}{EJ}$$

$$\tau = 1 \quad W_A = 0,5435 \frac{P L^3}{EJ}$$

$$\tau = 5 \quad W_A = 0,4455 \frac{P L^3}{EJ}$$

$$\tau = 20 \quad W_A = 0,4067 \frac{P L^3}{EJ}$$

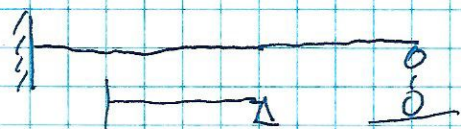
$$\tau = \infty \quad W_A = 0,3905 \frac{P L^3}{EJ}$$



Zadanie 3

$$a_1 = \begin{bmatrix} \frac{w^*}{L} \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} RR \\ \bar{w}^* = 0 \end{matrix}$$



$$\bar{w}^* = -\frac{EJ}{L^2} \left[ \delta'(x) * u + \varepsilon'(x) \frac{w^*}{L} - \chi'(x) \frac{w^*}{L} \right]$$

$$\frac{w^*}{L} = \frac{\delta'(x)}{\chi'(x)} * u + \frac{\varepsilon'(x)}{\chi'(x)} \frac{w^*}{L}$$

$$\begin{aligned} \Phi^* &= \frac{EJ}{L} \left[ \alpha'(x) * u + \psi'(x) \frac{w^*}{L} - \delta'(x) \frac{\delta'(x)}{\chi'(x)} * u + \right. \\ &\quad \left. - \delta'(x) \frac{\varepsilon'(x)}{\chi'(x)} \frac{w^*}{L} \right] = \end{aligned}$$

$$= \frac{EJ}{L} \left[ \underbrace{\left( \alpha'(x) - \delta'(x) \frac{\delta'(x)}{\chi'(x)} \right)}_{\alpha''(x)} * u + \underbrace{\left( \psi'(x) - \delta'(x) \frac{\varepsilon'(x)}{\chi'(x)} \right)}_{\psi''(x)} \frac{w^*}{L} \right]$$