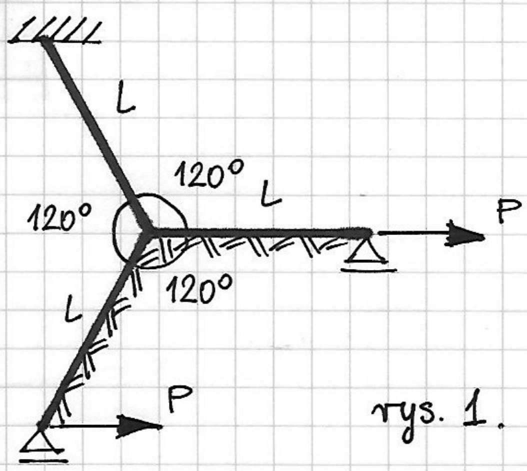
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK3 IPB), 17.06.2018
studia niestacjonarne

NAZWISKO, Imię				
rok akademicki zaliczenia ćwiczeń		nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu	ocena łączna

Zadanie 1.

$EJ = const.,\qquad k = 0{,}0064\dfrac{EJ}{l^4}$

Oblicz siły podłużne w prętach ramy z rys. 1.



rys. 1.

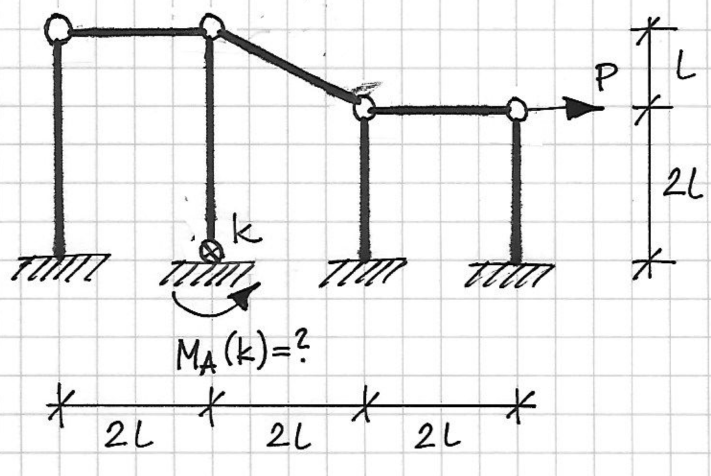
Zadanie 2.

$EJ = const.$

Oblicz wartość $M_A(k)$ w ramie z rys. 2 dla $k = \frac{EJ}{l}, k = 3\frac{EJ}{l}, k = 10\frac{EJ}{l}, k = +\infty$

Zadanie 3.

Wyprowadź wzór transformacyjny określający moment przywęzłowy w pręcie podpartym według schematu Ia (patrz na odwrocie) metodą kondensacji statycznej kąta obrotu prawego węzła w pręcie podpartym według schematu 0.

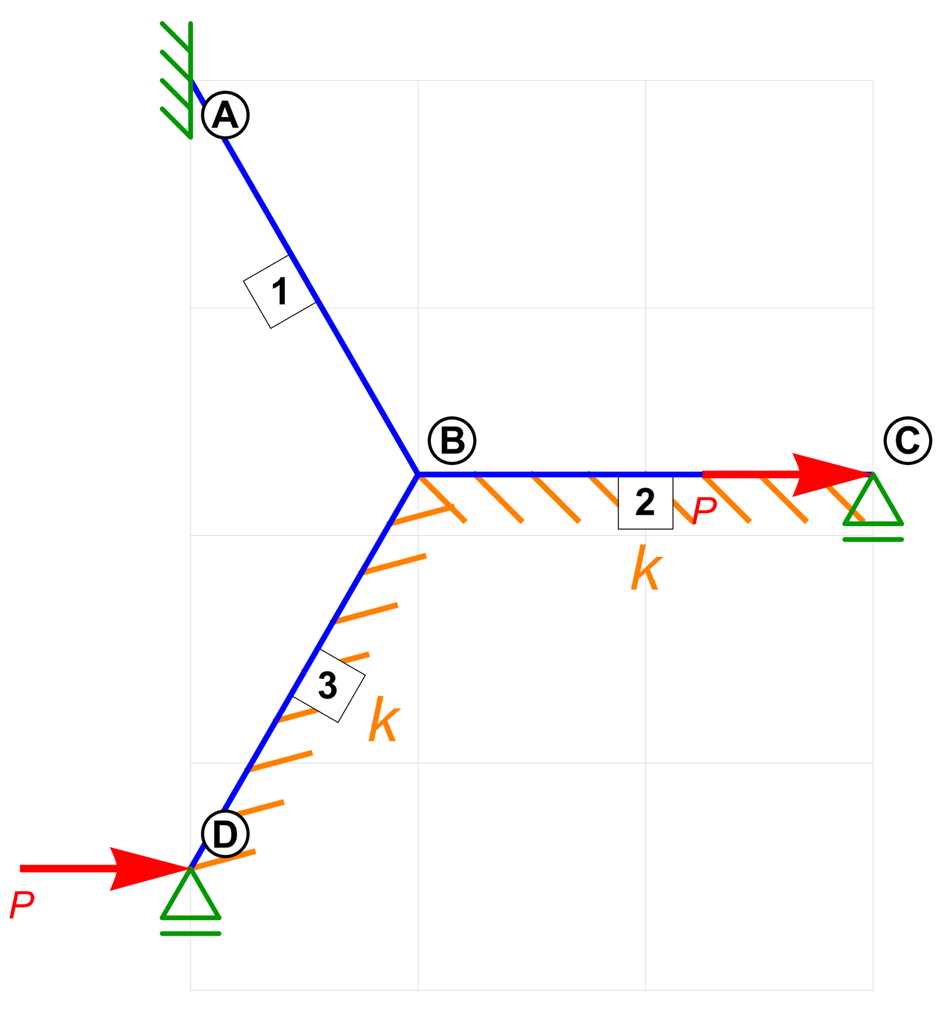


rys. 2.

Egzamin MK IPB/BZ nstac. 17.06.18, Zadanie 1

Obliczyć siły podłużne w konstrukcji

Geometria oraz obciążenia konstrukcji (wymiar oczka siatki – $\frac{1}{2}l$, $k = \frac{4}{625}\frac{EJ}{l^4}$):



Parametry λ w prętach:

$\lambda^{(1)} = 0$

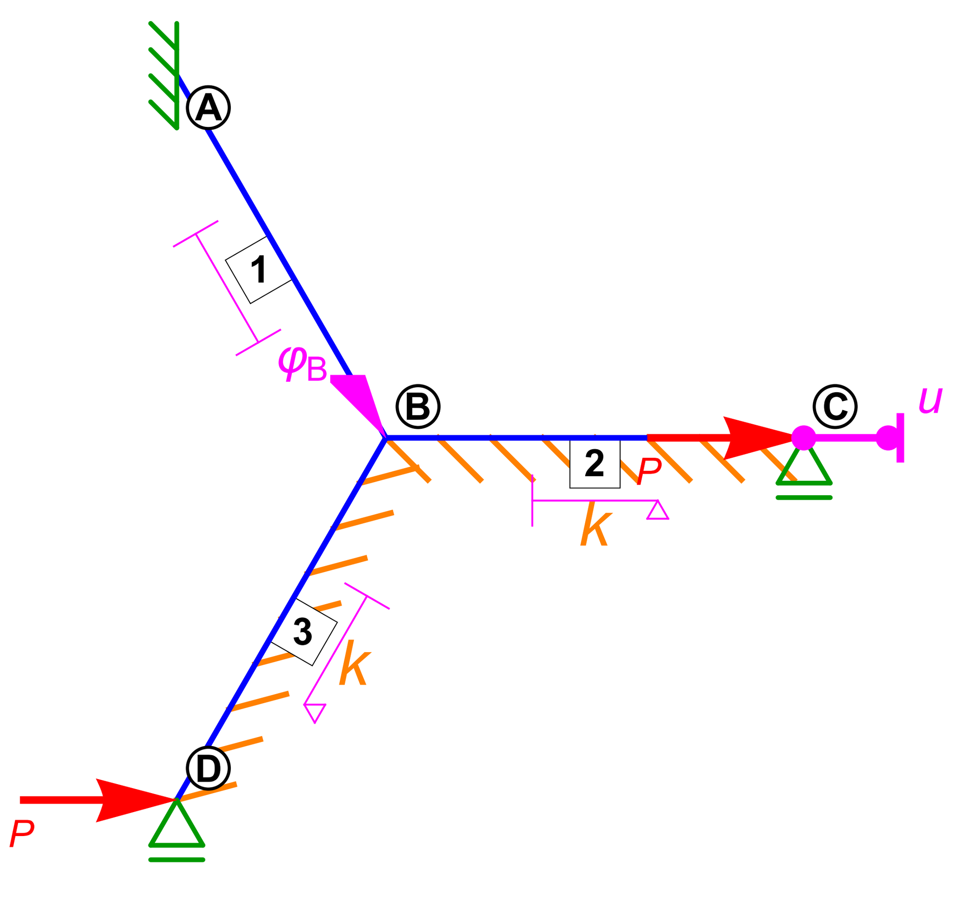
$\lambda^{(2)} = \frac{1}{5}$

$\lambda^{(3)} = \frac{1}{5}$

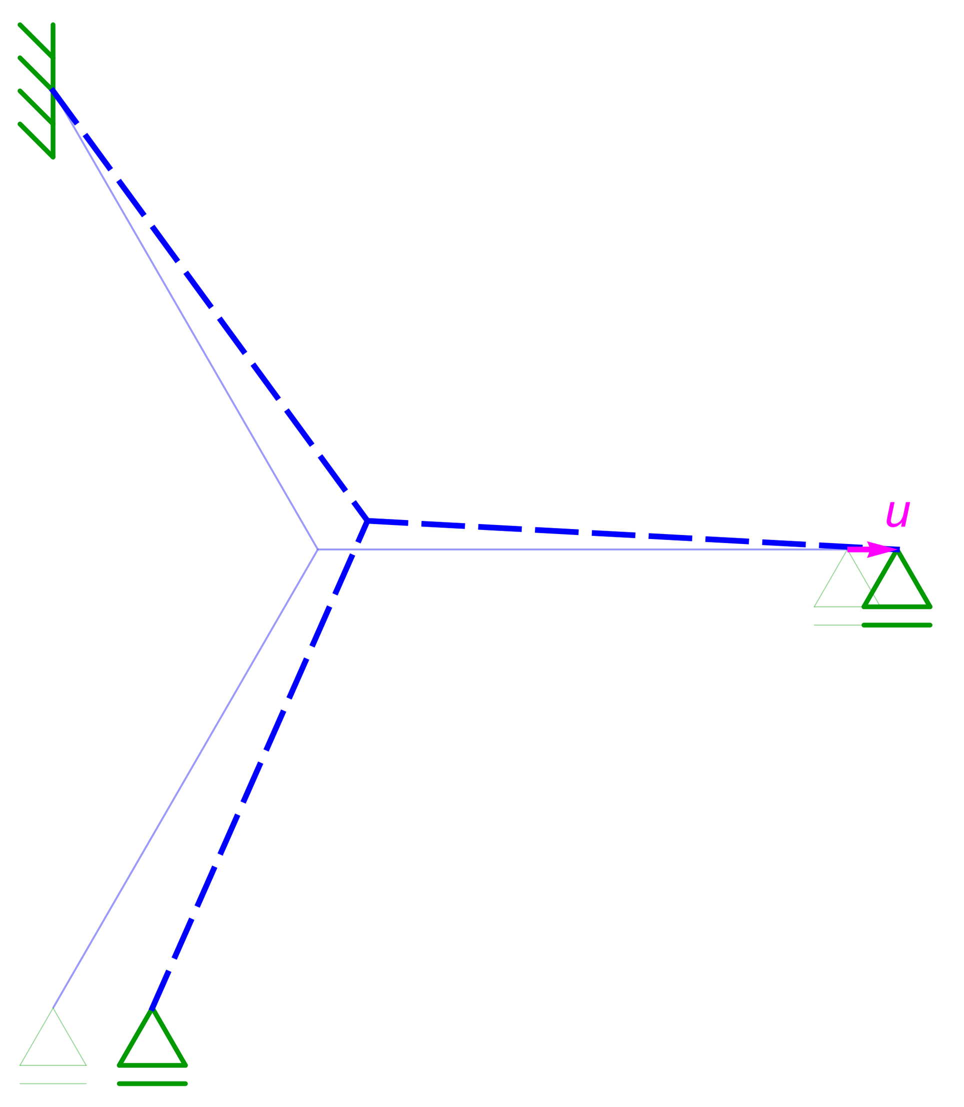
Wektor niewiadomych:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix}$$

Układ geometrycznie wyznaczalny:



Plan przemieszczeń:



	w_i^K	w_k^K	u^K
Pręt 1:	$w_A^1 = 0$	$w_B^1 = -\frac{2}{\sqrt{3}}u$	$u^1 = 0$
Pręt 2:	$w_B^2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}u$	$w_C^2 = 0$	$u^2 = u$
Pręt 3:	$w_D^3 = \sqrt{3}\,u$	$w_B^3 = \frac{1}{\sqrt{3}}u$	$u^3 = u$

W konstrukcji nie występują wyjściowe siły brzegowe.

Wzory transformacyjne:

$$\Phi_B^1 = \frac{EJ}{l}\left[4\varphi_B + 4\sqrt{3}\,\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_B^2 = \frac{EJ}{l}\left[\alpha'\left(\tfrac{1}{5}\right)\varphi_B - \frac{1}{\sqrt{3}}\vartheta'\left(\tfrac{1}{5}\right)\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l}\left[3.000\,\varphi_B - 1.732\,\frac{u}{l}\right]$$

$$\Phi_B^3 = \frac{EJ}{l}\left[\alpha'\left(\tfrac{1}{5}\right)\varphi_B + \left\{\sqrt{3}\,\delta'\left(\tfrac{1}{5}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}\vartheta'\left(\tfrac{1}{5}\right)\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l}\left[3.000\,\varphi_B + 3.463\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^1 = \frac{EJ}{l^2}\left[-6\varphi_B - 8\sqrt{3}\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^2 = \frac{EJ}{l^2}\left[\vartheta'\left(\tfrac{1}{5}\right)\varphi_B - \frac{1}{\sqrt{3}}\gamma'\left(\tfrac{1}{5}\right)\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[3.001\,\varphi_B - 1.734\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_D^3 = \frac{EJ}{l^2}\left[\delta'\left(\tfrac{1}{5}\right)\varphi_B + \left\{\sqrt{3}\,\chi'\left(\tfrac{1}{5}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}\varepsilon'\left(\tfrac{1}{5}\right)\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[3.000\,\varphi_B + 3.467\,\frac{u}{l}\right]$$

$$W_B^3 = \frac{EJ}{l^2}\left[-\vartheta'\left(\tfrac{1}{5}\right)\varphi_B + \left\{-\sqrt{3}\,\varepsilon'\left(\tfrac{1}{5}\right) + \frac{1}{\sqrt{3}}\gamma'\left(\tfrac{1}{5}\right)\right\}\frac{u}{l}\right] = \frac{EJ}{l^2}\left[-3.001\,\varphi_B - 3.461\,\frac{u}{l}\right]$$

Równania równowagi:

$$\Phi_B^1 + \Phi_B^2 + \Phi_B^3 = 0$$

$$-W_B^1\cdot\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{u}\right) - W_B^2\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{u}\right) - W_D^3\cdot\sqrt{3}\,\overline{u} - W_B^3\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{u} + P\cdot\overline{u} + P\cdot 2\overline{u} = \overline{0}$$

$$\frac{EJ}{l}\begin{pmatrix} 10.000 & 8.659 \\ 8.659 & 21.008 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = l\,P\begin{pmatrix} 0 \\ 3.000 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie metody przemieszczeń:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{l} \end{pmatrix} = \frac{l^2 P}{EJ}\begin{pmatrix} -0.192 \\ 0.222 \end{pmatrix}$$

Siły brzegowe:

$\Phi_A^1 = 1.154\,l\,P$

$\Phi_B^1 = 0.769\,l\,P$

$\Phi_B^2 = -0.962\,l\,P$

$\Phi_B^3 = 0.192\,l\,P$

$W_A^1 = 1.923\,P$

$W_B^1 = -1.923\,P$

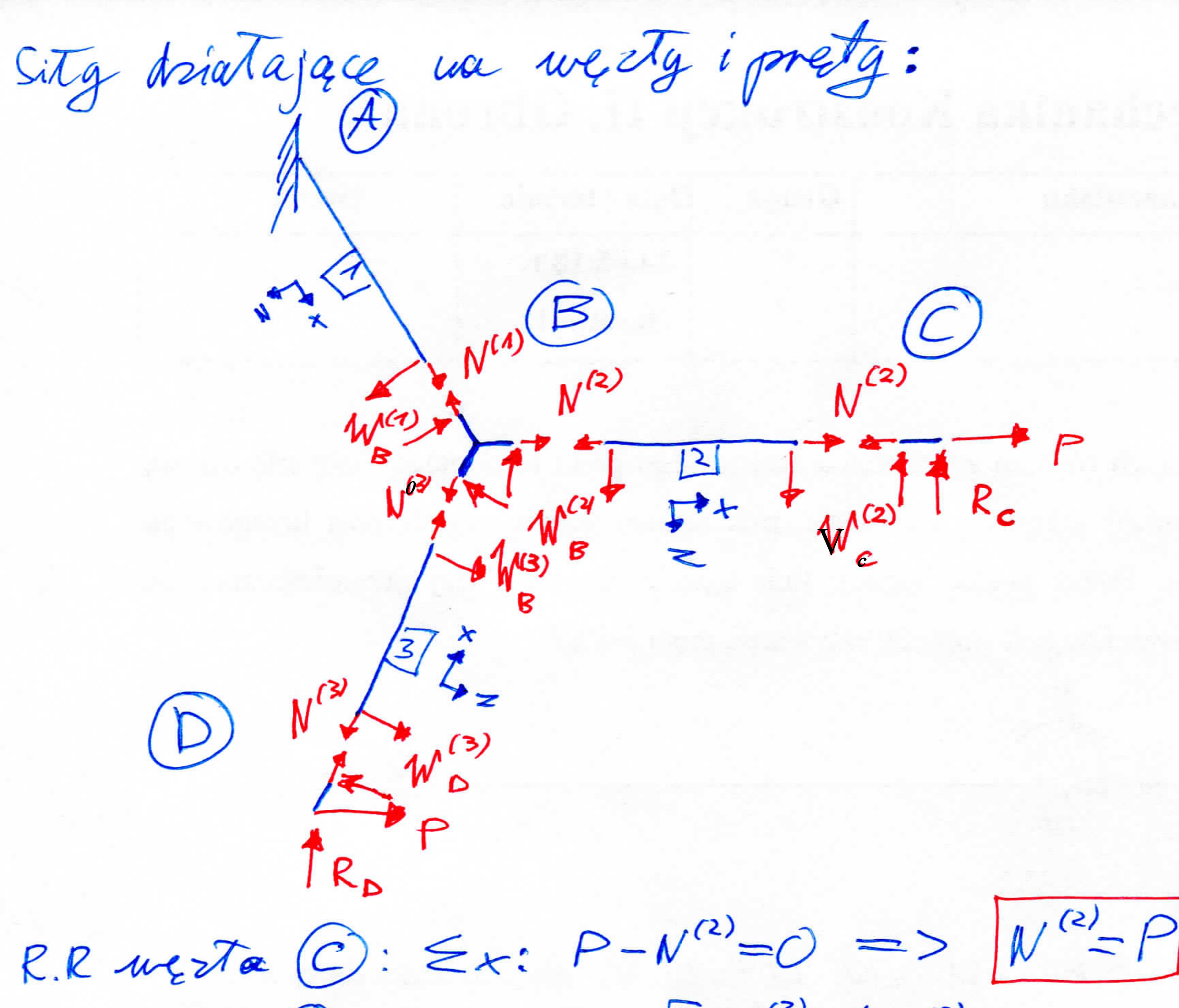
$W_B^2 = -0.962\,P$

$W_C^2 = 0.961\,P$

$W_D^3 = 0.193\,P$

$W_B^3 = -0.192\,P$

Siły działające na węzły i pręty:



R.R węzła C: Σx: $P - N^{(2)} = 0 \Rightarrow \boxed{N^{(2)} = P}$

R.R węzła D: Σx: $P - \frac{\sqrt{3}}{2}W_D^{(3)} + \frac{1}{2}N^{(3)} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow N^{(3)} = -2P + \sqrt{3}\,W_D^{(3)} = -2P + \sqrt{3}\cdot 0.193P = \boxed{-1.666P}$

R.R węzła B:

np. Σx: $-\frac{1}{2}N^{(1)} + \frac{\sqrt{3}}{2}W_B^{(1)} - \frac{1}{2}N^{(3)} - \frac{\sqrt{3}}{2}W_B^{(3)} + N^{(2)} = 0 \Rightarrow$

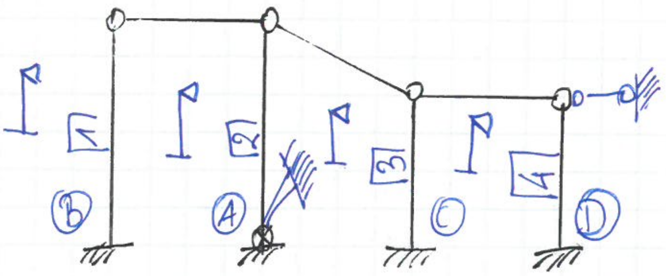
$\Rightarrow N^{(1)} = \sqrt{3}\,W_B^{(1)} - N^{(3)} - \sqrt{3}\,W_B^{(3)} + 2N^{(2)} =$

$= \sqrt{3}(-1.923P) - (-1.666P) - \sqrt{3}(-0.192P) + 2\cdot P = \boxed{0.668P}$

Zadanie przygotował Karol Bołbotowski.

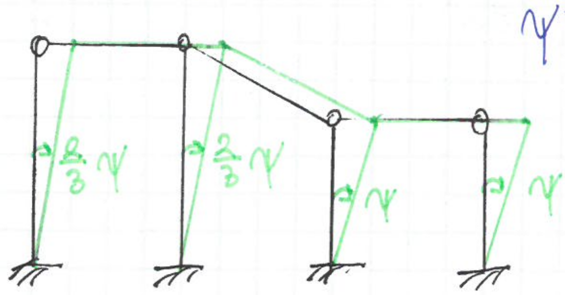
ZADANIE 2 N ST II IPB 17 VI 2018

UGW



Plan przesunięć

$\psi = \frac{V}{2l}$



$q = [\varphi_A \; \frac{V}{l}]^T$

r. r. MP

$$\Phi_A^{(2)} + Q_\varphi = 0 \qquad (1)$$

$$\Phi_B^{(1)} \frac{2}{3}\overline{\psi} + \Phi_A^{(2)} \frac{2}{3}\overline{\psi} + \Phi_C^{(3)}\overline{\psi} + \Phi_D^{(4)}\overline{\psi} + P\,\overline{\psi}\cdot 2l = 0 \quad (2)$$

Wzory transformacyjne

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{3EJ}{3l}\left[-\frac{2}{3}\psi\right] = \frac{EJ}{l}\left[-\frac{2}{3}\psi\right]$$

$$\Phi_A^{(2)} = \frac{\cancel{3}EJ}{\cancel{3}l}\left[\varphi_A - \frac{2}{3}\psi\right] \qquad \Phi_C^{(3)} = \frac{3EJ}{2l}\left[-\psi\right] = \frac{EJ}{l}\left[-\frac{3}{2}\psi\right]$$

$$\Phi_D^{(4)} = \frac{3EJ}{2l}\left[-\psi\right] = \frac{EJ}{l}\left[-\frac{3}{2}\psi\right]$$

Relacja konstytutywna węzła $Q_\varphi = k\,\varphi_A = \tau_\varphi \frac{EJ}{l}\varphi_A$

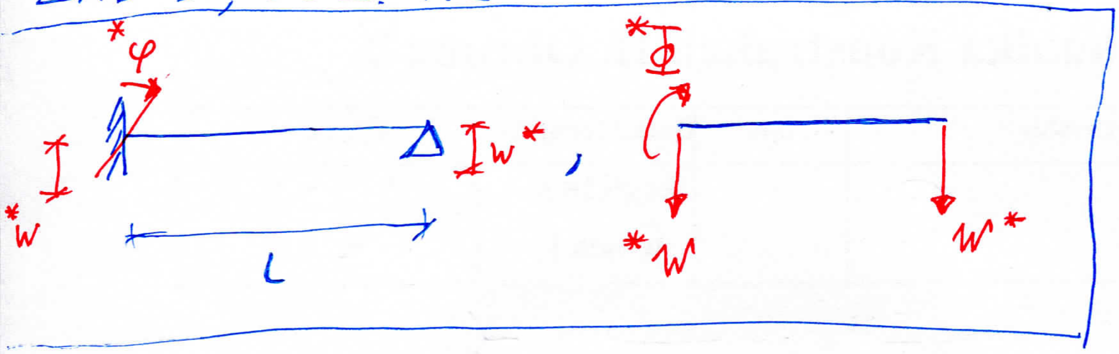
$$\frac{EJ}{l}\left[\begin{array}{c|c} 1+\tau & -\frac{2}{3} \\ \hline -\frac{2}{3} & \frac{35}{9} \end{array}\right]\begin{bmatrix}\varphi_A \\ \psi\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2Pl \end{bmatrix} \qquad \varphi_A = \frac{12}{31+35\tau}\,\frac{Pl^2}{EJ} \qquad \psi = \frac{18(1+\tau)}{31+35\tau}\,\frac{Pl^2}{EJ}$$

$$M_A = Q_\varphi = k\cdot\varphi_A = \frac{12\tau}{31+35\tau}Pl = \frac{12}{35+\frac{31}{\tau}}Pl$$

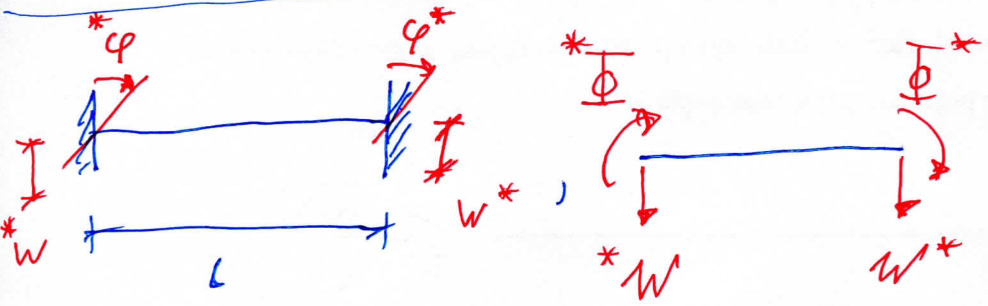
$\tau = 1 \qquad M_A = \frac{2}{11}Pl \qquad\qquad \tau = 3 \qquad M_A = \frac{9}{34}Pl$

$\tau = 10 \qquad M_A = \frac{40}{127}Pl \qquad\qquad \tau \to \infty \qquad M_A \to \frac{12}{35}Pl$

ZAD 3, EG2. MK IPB ustac. 17.06.18r.



|||



gdzie φ^* dobrane tak, aby $\Phi^*=0$

Ze wzorów ze schematu "0" mamy:

$$^*\Phi = \frac{EJ}{L}\left[\alpha(\lambda)\,^*\varphi + \beta(\lambda)\cdot\varphi^* + \vartheta(\lambda)\frac{^*w}{L} - \delta(\lambda)\frac{w^*}{L}\right]$$

$$\Phi^* = \frac{EJ}{L}\left[\beta(\lambda)\,^*\varphi + \alpha(\lambda)\varphi^* + \delta(\lambda)\frac{^*w}{L} - \vartheta(\lambda)\frac{w^*}{L}\right]$$

$$\boxed{\Phi^*=0} \Longrightarrow \boxed{\varphi^* = \frac{1}{\alpha(\lambda)}\left[-\beta(\lambda)\,^*\varphi - \delta(\lambda)\frac{^*w}{L} + \vartheta(\lambda)\frac{w^*}{L}\right]}$$

A więc:

$$^*\Phi = \frac{EJ}{L}\left[\alpha(\lambda)\,^*\varphi + \frac{\beta(\lambda)}{\alpha(\lambda)}\left(-\beta(\lambda)\,^*\varphi - \delta(\lambda)\frac{^*w}{L} + \vartheta(\lambda)\frac{w^*}{L}\right) + \vartheta(\lambda)\frac{^*w}{L} - \delta(\lambda)\frac{w^*}{L}\right] =$$

$$= \frac{EJ}{L}\left[\alpha'(\lambda)\,^*\varphi + \vartheta'(\lambda)\frac{^*w}{L} - \delta'(\lambda)\frac{w^*}{L}\right]$$

gdzie:

$$\boxed{\alpha'(\lambda) = \alpha(\lambda) - \frac{(\beta(\lambda))^2}{\alpha(\lambda)}}, \quad \boxed{\vartheta'(\lambda) = \vartheta(\lambda) - \frac{\beta(\lambda)\delta(\lambda)}{\alpha(\lambda)}}, \quad \boxed{\delta'(\lambda) = \delta(\lambda) - \frac{\beta(\lambda)\vartheta(\lambda)}{\alpha(\lambda)}}$$