

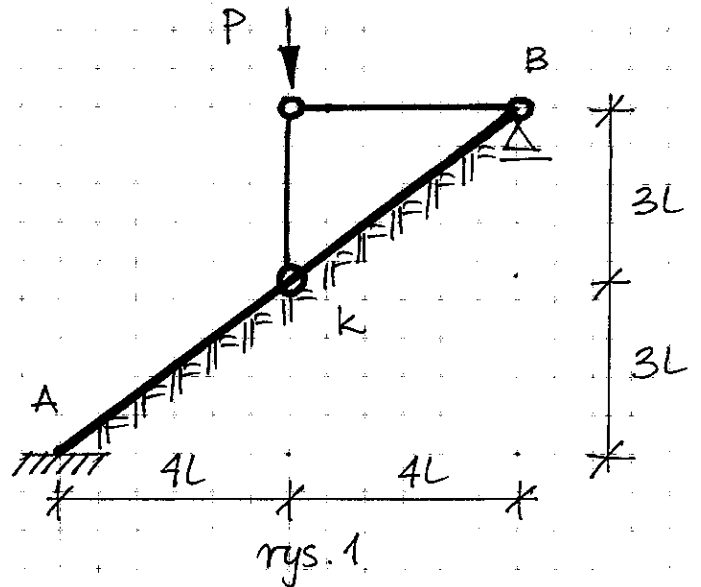
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK IPB), 14.9.2016

NAZWISKO, Imię				
rok akademicki zaliczenia ćwiczeń		nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu	ocena łączna

**Zadanie 1.**

$$EJ = const., \quad k = 0,1024 \frac{EJ}{l^4}$$

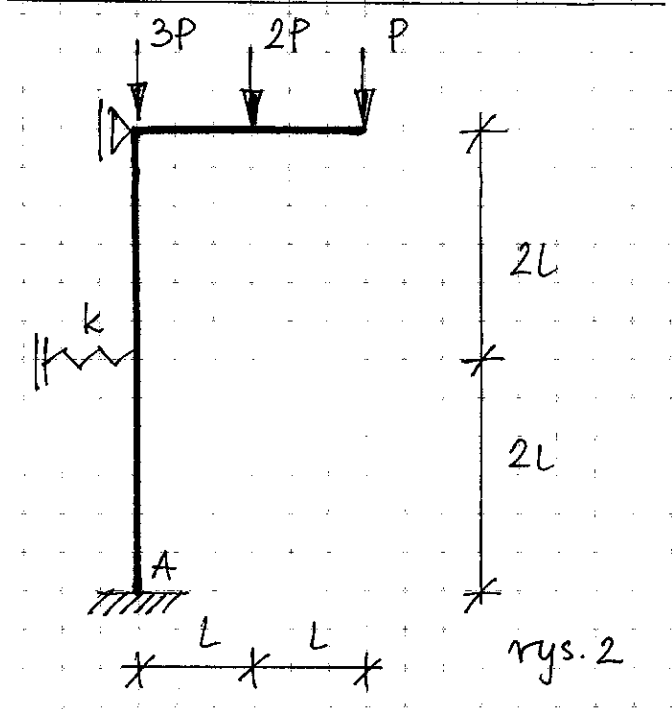
Oblicz wartość momentu w utwierdzeniu  $A$  oraz pionowej składowej reakcji podpory  $B$  w ramie z rys. 1.



**Zadanie 2.**

$$EJ = const.$$

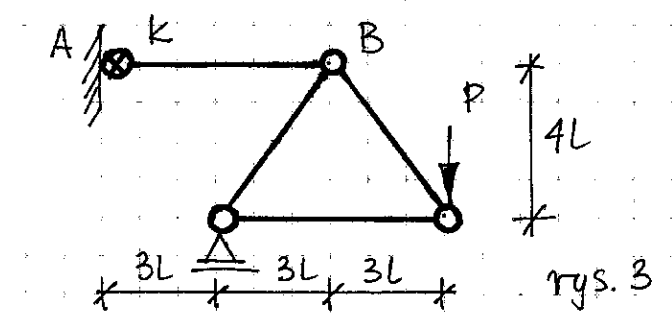
Oblicz wartość  $k$ , dla której wartość momentu w utwierdzeniu  $A$  w ramie z rys. 2 jest równa 0.



**Zadanie 3.**

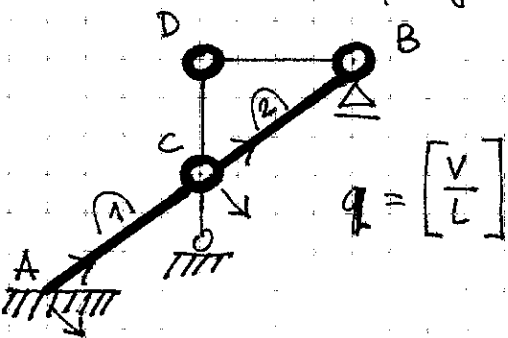
$$EJ = const., \quad k = 4 \frac{EJ}{l}$$

Korzystając z Metody Przemieszczeń zapisz funkcję ugięcia pręta  $AB$  w belce z rys. 3

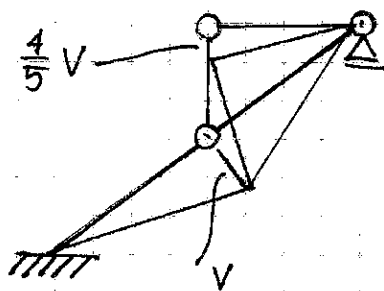


# Zadanie 1

Schemat zastępczy



Plan przesunięć



pręt 1 - schemat IIa

pręt 2 - schemat IV

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(2)} = 2$$

Równanie równowagi:

$$W_C^{(1)} \cdot \bar{V} + W_C^{(2)} \cdot \bar{V} = P \cdot \frac{4}{5} \bar{V}$$

$$W_C^{(1)} + W_C^{(2)} = \frac{4}{5} P$$

Wzory transformacyjne:

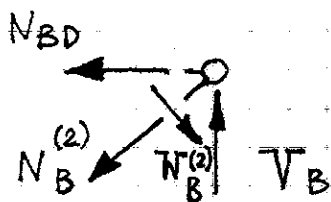
$$W_C^{(1)} = -\frac{EJ}{25L^2} \left[ -\chi'(2) \cdot \frac{V}{5L} \right] = 0,131 \frac{EJ V}{L^3}$$

$$W_C^{(2)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[ \chi'''(2) \cdot \frac{V}{5L} \right] = 0,128 \frac{EJ V}{L^3}$$

$$(0,131 + 0,128) \frac{EJ V}{L^3} = 0,8 P$$

$$\frac{V}{L} = 3,089 \frac{PL^2}{EJ}$$

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{EJ}{5L} \left[ -\delta'(2) \cdot \frac{V}{5L} \right] = -0,1348 PL$$



$$N_{BD} = 0$$

$$W_B^{(2)} - V_B \cdot \frac{4}{5} = 0$$

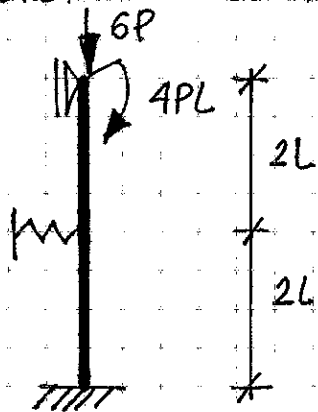
$$V_B = \frac{5}{4} W_B^{(2)}$$

$$W_B^{(2)} = -\frac{EJ}{25L^2} \left[ \varepsilon'''(2) \cdot \frac{V}{5L} \right] = 0,139 P$$

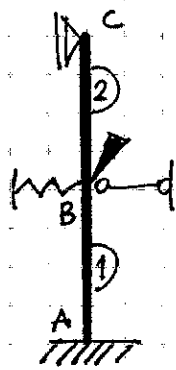
$$V_B = 0,174 P$$

## Zadanie 2

Schemat zredukowany

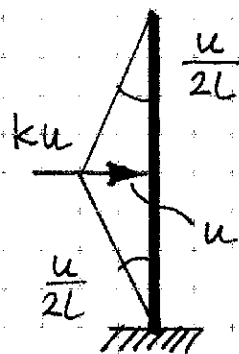


Schemat zastępczy



$$q = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{u}{L} \end{bmatrix}$$

Plan przesunięć



Wzory transformacyjne

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{EJ}{2L} \left[ 4\varphi_B + 6 \frac{u}{2L} \right]$$

$$\Phi_B^{(2)} = \frac{EJ}{2L} \left[ 3\varphi_B - 3 \frac{u}{2L} \right] + 2PL$$

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{EJ}{2L} \left[ 2\varphi_B + 6 \frac{u}{2L} \right]$$

$$\Phi_A^{(1)} = 0 \rightarrow \varphi_B = -\frac{3}{2} \frac{u}{L}$$

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{EJ}{2L} \left[ -3 \frac{u}{L} \right]$$

$$\Phi_B^{(2)} = \frac{EJ}{2L} \left[ -6 \frac{u}{L} \right] + 2PL$$

Równania równowagi:

$$\Phi_B^{(1)} + \Phi_B^{(2)} = 0$$

$$\left[ \Phi_A^{(1)} + \Phi_B^{(1)} \right] \cdot \left( -\frac{\bar{u}}{2L} \right) + \Phi_B^{(2)} \cdot \frac{\bar{u}}{2L} + 4PL \cdot \frac{\bar{u}}{2L} - k\bar{u} = 0$$

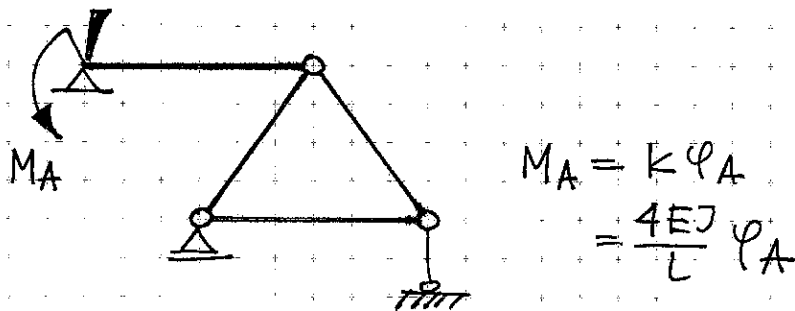
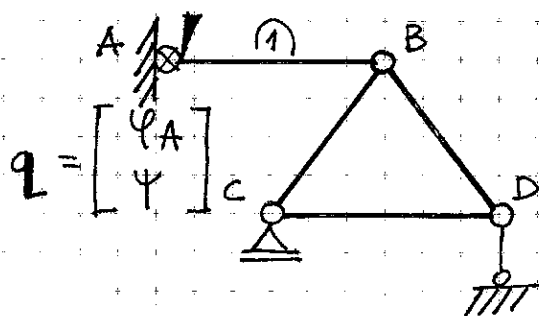
$$\frac{EJ}{2L} \left[ -3 - 6 \right] \frac{\bar{u}}{L} + 2PL = 0 \rightarrow \frac{\bar{u}}{L} = \frac{4PL^2}{9EJ}$$

$$-\frac{EJ}{2L} \left[ 3 \frac{\bar{u}}{L} \right] - \left\{ \frac{EJ}{2L} \left[ -6 \frac{\bar{u}}{L} \right] + 2PL \right\} - 4PL + 2k\bar{u}L = 0$$

$$k = 6 \frac{EJ}{L^3}$$

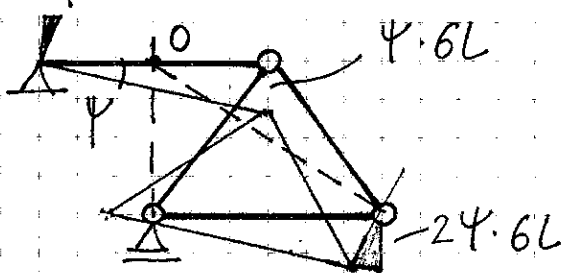
### Zadanie 3

Schemat zastępczy



$$M_A = k \varphi_A = \frac{4EJ}{L} \varphi_A$$

Plan przemieszczeń



Równania równowagi:

$$\begin{cases} \Phi_A^{(1)} + M_A = 0 \\ \Phi_A^{(1)} \cdot \psi + P \cdot 12L \bar{\psi} = 0 \end{cases}$$

Wzory transformacyjne:

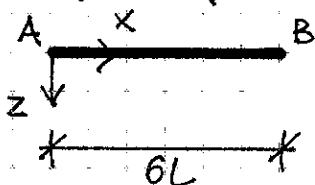
$$\Phi_A^{(1)} = \frac{3EJ}{6L} [\varphi_A - \psi]$$

$$\frac{EJ}{L} \left[ \frac{1}{2} \varphi_A - \frac{1}{2} \psi \right] + \frac{EJ}{L} \cdot 4\varphi_A = 0$$

$$-\frac{EJ}{L} \left[ \frac{1}{2} \varphi_A - \frac{1}{2} \psi \right] - 12PL = 0$$

$$\varphi_A = 3 \frac{PL^2}{EJ} \quad \psi = 27 \frac{PL^2}{EJ}$$

Funkcja ugięcia pręta 1:



$$w(\xi) = C_0 + C_1 \xi + C_2 \xi^2 + C_3 \xi^3, \quad \xi = \frac{x}{6L}$$

$$w(0) = 0$$

$$\varphi(0) = \varphi_A$$

$$w(1) = \psi \cdot 6L$$

$$M(1) = 0$$

$$w(0) = 0$$

$$\frac{1}{6L} w'(0) = 3 \frac{PL^2}{EJ}$$

$$w(1) = 152 \frac{PL^3}{EJ}$$

$$-\frac{EJ}{36L^2} w''(1) = 0$$

$$C_0 = 0, \quad C_1 = 18 \frac{PL^3}{EJ}, \quad C_2 = 216 \frac{PL^3}{EJ}, \quad C_3 = -72 \frac{PL^3}{EJ}$$

$$w(\xi) = 18 \frac{PL^3}{EJ} \cdot \left( \xi + 12\xi^2 - 4\xi^3 \right)$$