

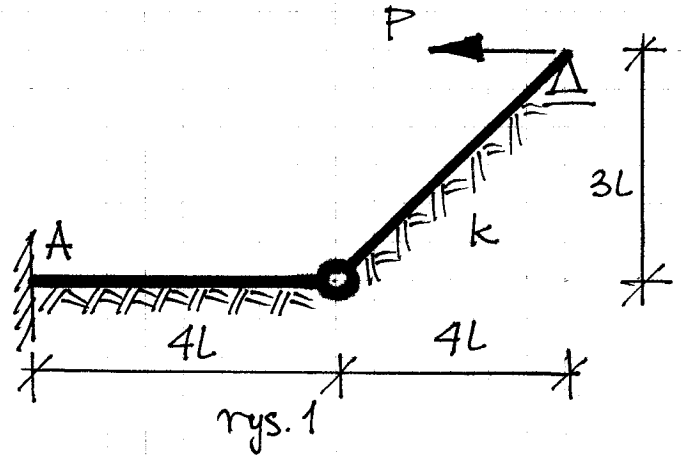
Egzamin z Mechaniki Konstrukcji (MK IPB), 6.9.2016

NAZWISKO, Imię				
rok akademicki zaliczenia ćwiczeń		nr albumu	grupa (IPB / BZ)	tryb studiów (ST / NST)
ocena zadania 1	ocena zadania 2	ocena zadania 3	ocena egzaminu	ocena łączna

Zadanie 1.

$$EJ = const., \quad k = 0,1024 \frac{EJ}{l^4}$$

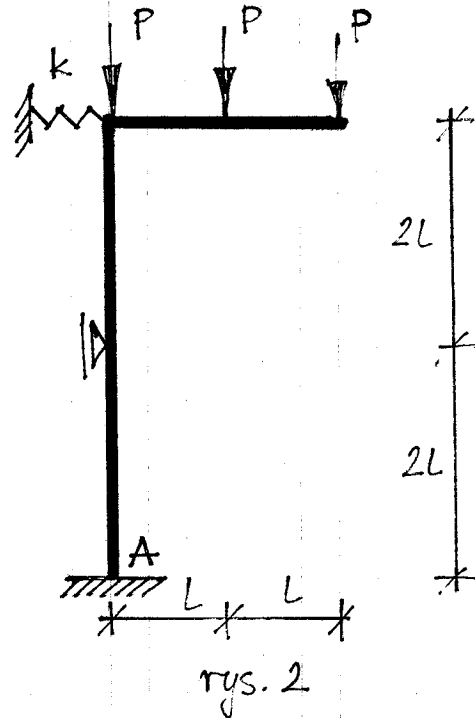
Oblicz wartość momentu oraz pionowej składowej reakcji w utwierdzeniu A w ramie z rys. 1.



Zadanie 2.

$$EJ = const.$$

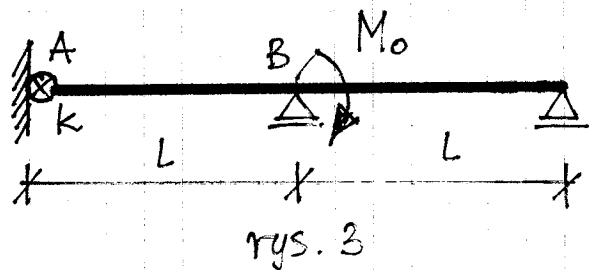
Oblicz wartość k , dla której wartość momentu w utwierdzeniu A w ramie z rys. 2 jest równa 0.



Zadanie 3.

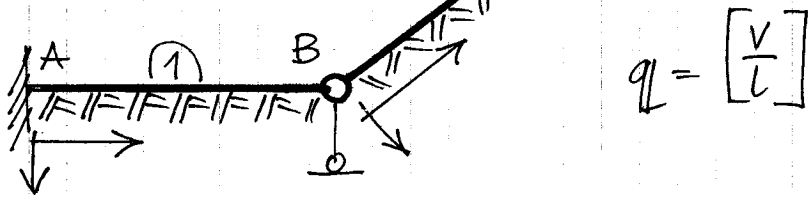
$$EJ = const., \quad k = 4 \frac{EJ}{l}$$

Zapisz funkcję ugięcia pręta AB w belce z rys. 3

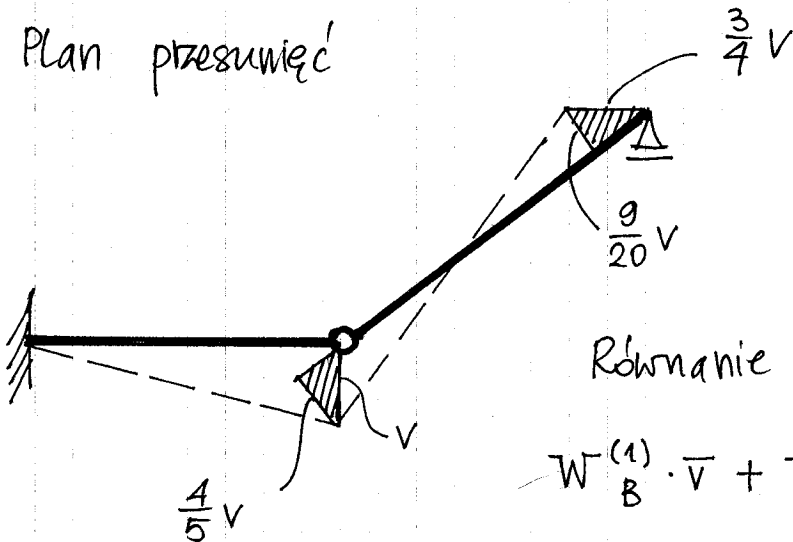


Zadanie 1

Schemat geometryczny wyznaczalny



Plan przesunięć



$$\lambda = 0,4 \rightarrow \lambda^{(1)} = 1,6$$
$$\lambda^{(2)} = 2,0$$

pręt 1 - schemat II a

pręt 2 - schemat IV

Równanie równowagi:

$$W_B^{(1)} \cdot v + W_B^{(2)} \cdot \frac{4}{5} v + W_C^{(2)} \cdot \left(-\frac{9}{20} v\right) = P \cdot \frac{3}{4} v$$

$$W_B^{(1)} = -\frac{EJ}{16L^2} \left[-8,847 \frac{v}{4L} \right]$$

$$W_B^{(2)} = \frac{EJ}{25L^2} \left[16,049 \cdot \frac{4}{5} v \cdot \frac{1}{5L} + 5,642 \cdot \frac{9}{20} v \cdot \frac{1}{5L} \right]$$

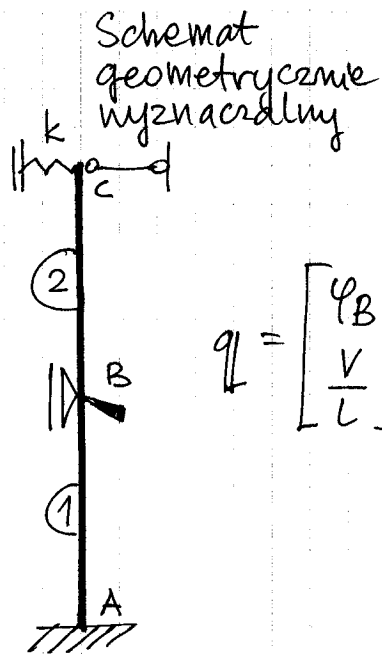
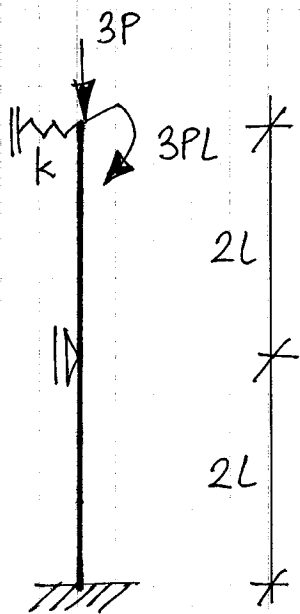
$$W_C^{(2)} = -\frac{EJ}{25L^2} \left[5,642 \cdot \frac{4}{5} v \cdot \frac{1}{5L} + 16,049 \cdot \frac{9}{20} v \cdot \frac{1}{5L} \right]$$

$$\text{Stąd: } \frac{v}{L} = 2,689 \frac{PL^2}{EJ}$$

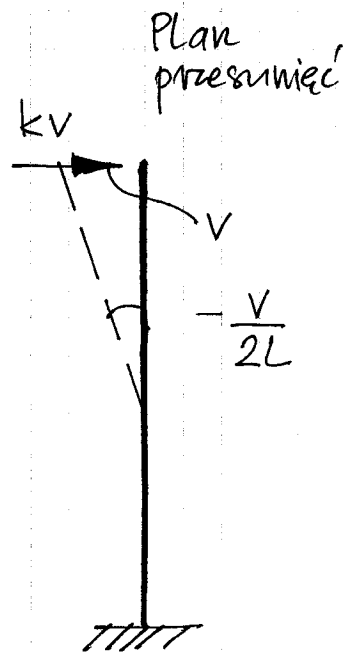
$$\Phi_A^{(1)} = \frac{EJ}{4L} \left[-2,086 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2,689 \frac{PL^2}{EJ} \right] = -0,35 PL$$

$$W_A^{(1)} = \frac{EJ}{16L^2} \left[-0,2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2,689 \frac{PL^2}{EJ} \right] = -0,008 P$$

Zadanie 2



$$q = \begin{bmatrix} \varphi_B \\ \frac{V}{L} \end{bmatrix}$$



Równania równowagi:

$$\begin{cases} \Phi_B^{(1)} + \Phi_B^{(2)} = 0 \\ \Phi_B^{(2)} \cdot \left(-\frac{\bar{V}}{2L}\right) - kv\bar{V} + 3PL\left(-\frac{\bar{V}}{2L}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{2EJ}{2L} [2\varphi_B]$$

$$\Phi_B^{(2)} = \frac{3EJ}{2L} \left[\varphi_B + \frac{V}{2L}\right] - \frac{3}{2}PL$$

Zauważmy, że $\Phi_A^{(1)} = 0$ (warunek w treści zadania).

Stąd $\frac{2EJ}{2L} [2\varphi_B] = 0 \rightarrow \varphi_B = 0$, a więc również $\Phi_B^{(1)} = 0$

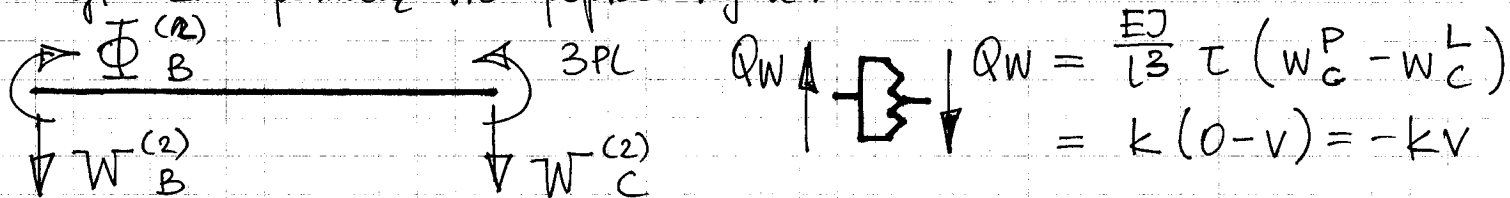
oraz $\Phi_B^{(2)} = \frac{3EJ}{2L} \left[\frac{V}{2L}\right] + \frac{3}{2}PL = 0 \rightarrow V = -2 \frac{PL^3}{EJ}$

Związek $\Phi_B^{(2)} = 0$ wynika z 1. równania równowagi.

Wstawiamy $\Phi_B^{(2)} = 0$ oraz $V = -2 \frac{PL^3}{EJ}$ do 2. równania

równowagi i otrzymujemy $k = \frac{3}{4} \frac{EJ}{L^3}$

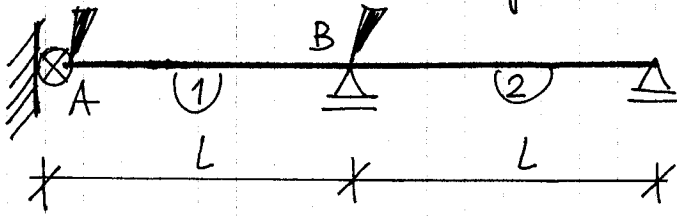
Identyczne rozwiązanie otrzymamy zapisując 2. równanie równowagi za pomocą sił poprzecznych.



$$W_C^{(2)} = -\frac{1}{2L} [\Phi_B^{(2)} - 3PL] ; \quad W_C^{(2)} = Q_W \rightarrow \underline{W_C^{(2)} = -kv}$$

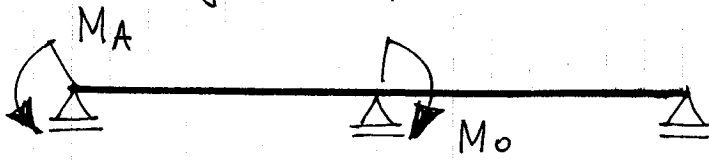
Zadanie 3

Schemat geometryczne wyznaczalny



$$q = \begin{bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{bmatrix}$$

W miejsce więzów sprężystych zaczepiamy ich reakcje zachowując odpowiednie zasady znakowania.



$$M_A = k\varphi_A = \frac{EJ}{L} \cdot 4\varphi_A$$

Równania równowagi:

$$\begin{cases} \Phi_A^{(1)} + M_A = 0 \\ \Phi_B^{(1)} + \Phi_B^{(2)} - M_o = 0 \end{cases}$$

$$\Phi_A^{(1)} = \frac{2EJ}{L} [2\varphi_A + \varphi_B]$$

$$\Phi_B^{(1)} = \frac{2EJ}{L} [\varphi_A + 2\varphi_B]$$

$$\Phi_B^{(2)} = \frac{3EJ}{L} [\varphi_B]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8\varphi_A + 2\varphi_B = 0 \\ 2\varphi_A + 7\varphi_B = \frac{M_o L}{EJ} \end{cases}$$
$$\varphi_A = -\frac{1}{26} \frac{M_o L}{EJ} ; \varphi_B = \frac{2}{13} \frac{M_o L}{EJ}$$

Równanie ugięcia pręta nr 1

$$w(x) = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

Warunki brzegowe:

$$w(0) = 0 \rightarrow C_0 = 0$$

$$w'(0) = \varphi_A \rightarrow C_1 = -\frac{1}{26} \frac{M_o L}{EJ}$$

$$w(L) = 0 \rightarrow C_0 + C_1 L + C_2 L^2 + C_3 L^3 = 0$$

$$w'(L) = \varphi_B \rightarrow C_1 + 2C_2 L + 3C_3 L^2 = \frac{2}{13} \frac{M_o L}{EJ}$$